

О.С. Істер

**САМОСТІЙНІ
ТА
ТЕМАТИЧНІ КОНТРОЛЬНІ РОБОТИ
З АЛГЕБРИ ТА ГЕОМЕТРІЇ
10 КЛАС
Рівень стандарту**



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА – БОГДАН

УДК 512.1(075.3)
ББК 22.1я72
I-89

Істер О.С.
I-89 Самостійні та тематичні контрольні роботи з алгебри та геометрії.
10 клас. Рівень стандарту : навч. посібн. / О.С. Істер. — Тернопіль:
Навчальна книга – Богдан, 2018. — 88 с.

ISBN 978-966-10-5591-8

У посібнику запропонована добірка завдань для проведення тематичного оцінювання з алгебри та геометрії учнів 10-го класу рівня стандарту. Тексти завдань складено відповідно до програми з математики для загальноосвітніх навчальних закладів і за чинними в Україні підручниками.

Призначений для учнів загальноосвітніх середніх шкіл, гімназій, ліцеїв, для абітурієнтів, а також учителів і методистів.

УДК 512.(075.3)
ББК 22.1я72

*Охороняється законом про авторське право.
Жодна частина цього видання не може бути відтворена
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

ПЕРЕДМОВА

Посібник містить дидактичні матеріали для перевірки рівня навчальних досягнень учнів з алгебри та геометрії у 10 класі (рівень стандарту). У посібнику подано 8 самостійних та 5 тематичних контрольних робіт з алгебри і 6 самостійних та 5 тематичних контрольних робіт із геометрії.

Для зручності користування посібником у назві кожної самостійної та тематичної контрольної роботи вказано тему, навчальні досягнення з якої перевіряються цією роботою. Для самостійних робіт використано позначення «С», для тематичних контрольних робіт — «ТКР», поряд з якими вказано номер роботи.

Тексти всіх робіт складено у чотирьох варіантах, що сприятиме самостійності виконання завдань та об'єктивному оцінюванню навчальних досягнень учнів.

Зміст та порядок слідування самостійних та тематичних контрольних робіт відповідає змісту та порядку слідування навчального матеріалу програми, тому запропонований посібник легко адаптується до чинних в Україні підручників.

Кожна самостійна та тематична контрольна робота містить як завдання, що відповідають початковому та середньому рівням навчальних досягнень (номери цих завдань позначені кружечками), так і завдання, що відповідають достатньому та високому рівням навчальних досягнень.

Кожна **самостійна робота** містить чотири завдання. Виконання кожної самостійної роботи орієнтовно має тривати 15–20 хв. Залежно від рівня класу та індивідуальних особливостей учнів остаточний вибір часу, необхідного для виконання роботи, залишається за вчителем.

Виконання кожної **тематичної контрольної роботи** розраховано на один урок (45 хв).

Залежно від рівня класу та індивідуальних особливостей учнів учитель може зменшувати кількість завдань у кожній СР і ТКР, при цьому сумарна кількість балів за роботу має дорівнювати 12.

Для оцінювання в балах завдань СР і ТКР пропонуються критерії, наведені в таблиці.

Що виконав учень	Відповідна кількість балів за завдання		
	Максимальний бал — 3	Максимальний бал — 2	Максимальний бал — 1
Отримав правильну відповідь і навів повне її обґрунтування	3 бали	2 бали	1 бал
Отримав правильну відповідь, але вона недостатньо обґрунтована або розв'язання містить незначні недоліки	2,5 бала	1,5 бала	0,5 бала
Отримав відповідь, записав правильний хід розв'язування завдання, але в процесі розв'язування допустив помилку обчислювального або логічного (при обґрунтуванні) характеру	2 бали		
Суттєво наблизився до правильного кінцевого результату або в результаті знайшов лише частину правильної відповіді	1,5 бала	1 бал	
Розпочав розв'язувати завдання правильно, але в процесі розв'язування припустився помилки у застосуванні необхідного твердження чи формули	1 бал	0,5 бала	0 балів
Лише розпочав правильно розв'язувати завдання або розпочав хибним шляхом, але в подальшому окремі етапи розв'язування виконав правильно	0,5 бала		
Розв'язання не відповідає жодному з наведених вище критеріїв	0 балів	0 балів	

Безумовно, вчитель може використовувати більш просту, інтуїтивно зрозумілу для учнів, систему оцінювання кожного завдання: якщо учень отримав правильну відповідь та навів повне її обґрунтування, тоді завдання оцінюється максимальною кількістю балів; якщо ж учень навів окремі етапи правильного розв'язання завдання, — то кількістю балів, меншою від максимально можливої за це завдання.

Природним є те, що оцінкою роботи при будь-якій системі оцінювання є сума балів, отримана учнем за виконання кожного завдання окремо. Якщо сумою є неціле число (а саме — це число має п'ять десятих), то користуємося звичним правилом округлювання (наприклад, $9,5 \approx 10$).

Відвідайте наші сторінки в Інтернеті

<http://www.ister.in.ua/> і <http://www.bohdan-books.com/>

Бажаємо успіхів!

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

СР-1. Числові функції та їхні властивості.
Арифметичний корінь n -го степеня

ВАРІАНТ 1

1° (3 бали). Відомо, що $f(-2) = 7$ і $y = f(x)$ — парна функція. Знайдіть $f(2)$.

2° (3 бали). Обчисліть:

$$1) 5\sqrt[3]{0,216}; \quad 2) 8\sqrt[4]{5\frac{1}{16}}; \quad 3) \sqrt[5]{-\frac{1}{32}} + \sqrt{\frac{81}{100}}.$$

3 (3 бали). Знайдіть множину значень функції:

$$1) y = x^2; \quad 2) y = |x| - 2; \quad 3) y = \frac{1}{3}\sqrt{x} + 1.$$

4 (3 бали). Знайдіть область визначення функції

$$y = \sqrt[4]{x^2 + 2x - 3} + \frac{1}{\sqrt[6]{x + 5}}.$$

ВАРІАНТ 2

1° (3 бали). Відомо, що $g(3) = -1$ і $y = g(x)$ — непарна функція. Знайдіть $g(-3)$.

2° (3 бали). Обчисліть:

$$1) 5\sqrt[4]{0,0016}; \quad 2) 2\sqrt[5]{7\frac{19}{32}}; \quad 3) \sqrt[3]{-\frac{27}{64}} + \sqrt{\frac{25}{36}}.$$

3 (3 бали). Знайдіть множину значень функції:

$$1) y = \sqrt{x}; \quad 2) y = x^2 + 1; \quad 3) y = \frac{1}{2}|x| - 3.$$

4 (3 бали). Знайдіть область визначення функції

$$y = \sqrt[8]{x^2 + 3x - 4} + \frac{1}{\sqrt[4]{x + 7}}.$$

ВАРІАНТ 3

1° (3 бали). Відомо, що $g(3) = -5$ і $y = g(x)$ — парна функція. Знайдіть $g(-3)$.

2° (3 бали). Обчисліть:

$$1) 20\sqrt[5]{0,00032}; \quad 2) \sqrt[6]{11\frac{25}{64}}; \quad 3) \sqrt[3]{-\frac{27}{125}} + \sqrt{\frac{9}{100}}.$$

3 (3 бали). Знайдіть множину значень функції:

$$1) y = x^4; \quad 2) y = \sqrt{x} + 3; \quad 3) y = \frac{1}{3}|x| - 1.$$

4 (3 бали). Знайдіть область визначення функції

$$y = \sqrt[6]{x^2 - 2x - 3} + \frac{1}{\sqrt[10]{x + 2}}.$$

ВАРІАНТ 4

1° (3 бали). Відомо, що $f(-7) = 3$ і $y = f(x)$ — непарна функція. Знайдіть $f(7)$.

2° (3 бали). Обчисліть:

$$1) 10\sqrt[3]{0,008}; \quad 2) 6\sqrt[4]{3\frac{13}{81}}; \quad 3) \sqrt[3]{-\frac{64}{125}} + \sqrt{\frac{81}{100}}.$$

3 (3 бали). Знайдіть множину значень функції:

$$1) y = |x|; \quad 2) y = x^2 - 7; \quad 3) y = \frac{1}{4}\sqrt{x} + 2.$$

4 (3 бали). Знайдіть область визначення функції

$$y = \sqrt[10]{x^2 - 3x - 4} + \frac{1}{\sqrt[8]{x + 4}}.$$

СР-2. Властивості арифметичного кореня n -го степеня. Степінь з раціональним показником. Степеневі функції

ВАРІАНТ 1

1° (3 бали). Накресліть схематично графік функції $y = x^{-3}$.

2° (3 бали). Подайте вираз у вигляді степеня з основою a :

1) $a^{-\frac{5}{6}}a^{\frac{1}{2}}$; 2) $a^{0,4} : a^{-1,7}$; 3) $\left(a^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3}$.

3 (3 бали). Обчисліть:

1) $\sqrt[6]{\frac{5^6}{(-3)^{12}}}$; 2) $81^{\frac{3}{4}} + (0,5)^{-2}$; 3) $\left(2^{\frac{1}{7}}\right)^{1,4} \cdot 4^{0,1}$.

4 (3 бали). Скоротіть дріб $\frac{x^{\frac{1}{2}} + \sqrt[4]{xy}}{\sqrt[4]{xy} + y^{\frac{1}{2}}}$.

ВАРІАНТ 2

1° (3 бали). Накресліть схематично графік функції $y = x^{-4}$.

2° (3 бали). Подайте вираз у вигляді степеня з основою b :

1) $b^{-\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{6}}$; 2) $b^{0,5} : b^{-1,2}$; 3) $\left(b^{-\frac{2}{4}}\right)^{-4}$.

3 (3 бали). Обчисліть:

1) $\sqrt[8]{\frac{(-3)^{16}}{5^8}}$; 2) $32^{\frac{2}{5}} + (0,2)^{-2}$; 3) $\left(5^{-\frac{1}{6}}\right)^{1,2} \cdot 25^{0,1}$.

4 (3 бали). Скоротіть дріб $\frac{c^{\frac{1}{3}} - \sqrt[6]{cm}}{\sqrt[6]{cm} - m^{\frac{1}{3}}}$.

ВАРІАНТ 3

1° (3 бали). Накресліть схематично графік функції $y = x^{-6}$.

2° (3 бали). Подайте вираз у вигляді степеня з основою m :

1) $m^{-\frac{3}{4}}m^{\frac{1}{8}}$; 2) $m^{0,7} : m^{-1,3}$; 3) $\left(m^{-\frac{1}{6}}\right)^{-6}$.

3 (3 бали). Обчисліть:

1) $\sqrt[6]{\frac{(-2)^{12}}{7^6}}$; 2) $16^{\frac{3}{4}} + (0,2)^{-3}$; 3) $\left(4^{-\frac{1}{4}}\right)^{1,6} \cdot 16^{0,2}$.

4 (3 бали). Скоротіть дріб $\frac{a^{\frac{1}{2}} - \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{ab} - b^{\frac{1}{2}}}$.

ВАРІАНТ 4

1° (3 бали). Накресліть схематично графік функції $y = x^{-5}$.

2° (3 бали). Подайте вираз у вигляді степеня з основою c :

1) $c^{-\frac{7}{8}}c^{\frac{1}{2}}$; 2) $c^{0,8} : c^{-1,1}$; 3) $\left(c^{-\frac{2}{2}}\right)^{-2}$.

3 (3 бали). Обчисліть:

1) $\sqrt[8]{\frac{3^8}{(-2)^{16}}}$; 2) $32^{\frac{3}{5}} + (0,5)^{-3}$; 3) $\left(7^{-\frac{1}{8}}\right)^{3,2} \cdot 49^{0,2}$.

4 (3 бали). Скоротіть дріб $\frac{p^{\frac{1}{3}} + \sqrt[6]{pd}}{\sqrt[6]{pd} + d^{\frac{1}{3}}}$.

СР-3. Тригонометричні функції кута та числового аргументу. Властивості тригонометричних функцій

ВАРІАНТ 1

1° (3 бали). Запишіть кут у радіанах:

- 1) 30° ; 2) -90° ; 3) 120° .

2° (3 бали). Порівняйте з нулем значення виразу:

- 1) $\sin(-115^\circ)$; 2) $\cos\left(-\frac{\pi}{9}\right)$; 3) $\operatorname{tg}105^\circ\operatorname{ctg}12^\circ$.

3 (3 бали). Обчисліть:

- 1) $\sin^2 135^\circ + \cos^2(-30^\circ)$; 2) $\left(\operatorname{ctg}\frac{\pi}{6} + \operatorname{tg}\frac{\pi}{3}\right)^2 - \sin\frac{\pi}{6}$;

3) $\operatorname{tg}(-45^\circ) - \sqrt{3}\sin(-60^\circ)$.

4 (3 бали). Кутом якої чверті може бути кут β , якщо $\cos\beta\operatorname{ctg}\beta < 0$?

ВАРІАНТ 2

1° (3 бали). Запишіть кут у радіанах:

- 1) -45° ; 2) 60° ; 3) 150° .

2° (3 бали). Порівняйте з нулем значення виразу:

- 1) $\operatorname{tg}(-115^\circ)$; 2) $\sin\left(-\frac{\pi}{8}\right)$; 3) $\cos 47^\circ\operatorname{ctg}111^\circ$.

3 (3 бали). Обчисліть:

- 1) $\operatorname{tg}^2(-120^\circ) + \sin^2 30^\circ$; 2) $\left(\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{3}\right)^2 - \operatorname{ctg}\frac{\pi}{4}$;

3) $\sqrt{3}\operatorname{ctg}(-60^\circ) - \sqrt{2}\cos(-45^\circ)$.

4 (3 бали). Кутом якої чверті може бути кут α , якщо $\sin\alpha\operatorname{tg}\alpha > 0$?

ВАРІАНТ 3

1° (3 бали). Запишіть кут у радіанах:

- 1) 45° ; 2) -30° ; 3) 180° .

2° (3 бали). Порівняйте з нулем значення виразу:

- 1) $\cos(-112^\circ)$; 2) $\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{7}\right)$; 3) $\operatorname{tg}12^\circ\sin 165^\circ$.

3 (3 бали). Обчисліть:

- 1) $\operatorname{ctg}^2(-150^\circ) + \sin^2 45^\circ$; 2) $\left(\cos\frac{\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{4}\right)^2 - \sqrt{3}\operatorname{ctg}\frac{\pi}{3}$;

3) $\sqrt{3}\cos(-30^\circ) + \operatorname{tg}(-45^\circ)$.

4 (3 бали). Кутом якої чверті може бути кут x , якщо $\operatorname{ctg}x\cos x > 0$?

ВАРІАНТ 4

1° (3 бали). Запишіть кут у радіанах:

- 1) -60° ; 2) 135° ; 3) 90° .

2° (3 бали). Порівняйте з нулем значення виразу:

- 1) $\operatorname{ctg}(-118^\circ)$; 2) $\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{11}\right)$; 3) $\sin 16^\circ\cos 128^\circ$.

3 (3 бали). Обчисліть:

- 1) $\sin^2 150^\circ + \cos^2(-45^\circ)$; 2) $\cos\frac{\pi}{3} - \left(\operatorname{ctg}\frac{\pi}{6} + \operatorname{tg}\frac{\pi}{3}\right)^2$;

3) $\operatorname{ctg}(-45^\circ) - \sqrt{3}\cos 30^\circ$.

4 (3 бали). Кутом якої чверті може бути кут γ , якщо $\operatorname{tg}\gamma\sin\gamma < 0$?

СР-4. Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу. Формули зведення

ВАРІАНТ 1

1° (3 бали). Спростіть вираз:

1) $1 - \cos^2\alpha$; 2) $5 + \operatorname{tg}\beta\operatorname{ctg}\beta$; 3) $\sin\gamma\operatorname{ctg}\gamma$.

2° (3 бали). Обчисліть:

1) $\sin 240^\circ$; 2) $\cos \frac{13\pi}{6}$; 3) $\operatorname{ctg} 300^\circ$.

3 (3 бали). Спростіть вираз $\frac{\sin(-\alpha)}{1 - \cos(-\alpha)} + \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{1 + \cos\alpha}$.

4 (3 бали). Знайдіть значення виразу $\frac{3\sin x + \cos x}{2\sin x - \cos x}$, якщо $\operatorname{tg}x = 3$.

ВАРІАНТ 2

1° (3 бали). Спростіть вираз:

1) $\cos\alpha\operatorname{tg}\alpha$; 2) $1 - \sin^2\beta$; 3) $\operatorname{tg}\gamma\operatorname{ctg}\gamma + 7$.

2° (3 бали). Обчисліть:

1) $\cos 225^\circ$; 2) $\sin \frac{13\pi}{6}$; 3) $\operatorname{tg} 315^\circ$.

3 (3 бали). Спростіть вираз $\frac{\cos(-\alpha)}{1 - \sin\alpha} - \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{1 - \sin(-\alpha)}$.

4 (3 бали). Знайдіть значення виразу $\frac{8\sin x - \cos x}{2\sin x + \cos x}$, якщо $\operatorname{tg}x = 2$.

ВАРІАНТ 3

1° (3 бали). Спростіть вираз:

1) $1 - \operatorname{ctg}\alpha\operatorname{tg}\alpha$; 2) $\operatorname{tg}\beta\cos\beta$; 3) $1 - \cos^2\gamma$.

2° (3 бали). Обчисліть:

1) $\operatorname{ctg} 210^\circ$; 2) $\cos \frac{5\pi}{4}$; 3) $\sin 330^\circ$.

3 (3 бали). Спростіть вираз $\frac{\sin(-\alpha)}{1 + \cos(-\alpha)} + \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{1 - \cos\alpha}$.

4 (3 бали). Знайдіть значення виразу $\frac{\sin x + 2\cos x}{\sin x - 4\cos x}$, якщо $\operatorname{tg}x = 5$.

ВАРІАНТ 4

1° (3 бали). Спростіть вираз:

1) $1 - \sin^2\alpha$; 2) $\operatorname{ctg}\beta\sin\beta$; 3) $4 - \operatorname{tg}\gamma\operatorname{ctg}\gamma$.

2° (3 бали). Обчисліть:

1) $\operatorname{tg} 240^\circ$; 2) $\sin \frac{5\pi}{4}$; 3) $\cos 330^\circ$.

3 (3 бали). Спростіть вираз $\frac{\cos(-\alpha)}{1 - \sin(-\alpha)} - \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{1 - \sin\alpha}$.

4 (3 бали). Знайдіть значення виразу $\frac{\sin x + 2\cos x}{\sin x - 3\cos x}$, якщо $\operatorname{tg}x = 4$.

ТКР-2. Тригонометричні функції кута та числового аргументу. Властивості тригонометричних функцій. Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу. Формули зведення

ВАРІАНТ 1

1° (1 бал). Порівняйте $\cos 2,4$ і $\sin 2,4$.

2° (1 бал). Обчисліть:

1) $\sin \frac{\pi}{4}$; 2) $\cos 60^\circ$;

3) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$; 4) $\operatorname{ctg} 45^\circ$.

3° (1 бал). Знайдіть значення виразу:

1) $\sin \left(-\frac{\pi}{3}\right)$; 2) $\cos 405^\circ$.

4° (1 бал). Знайдіть $\sin \alpha$ і $\operatorname{tg} \alpha$, якщо $\cos \alpha = -0,6$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

5° (2 бали). Спростіть вираз:

1) $\operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg}(-\alpha) + \sin^2 \alpha$; 2) $\sin \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \operatorname{tg}(\pi - \alpha)$.

6 (2 бали). Знайдіть область значень функції:

1) $y = 3 \cos x + 1$; 2) $y = \sin^2 x - 2$.

7 (2 бали). Дослідіть на парність функцію $y = x^2 - \cos x$.

8 (2 бали). Спростіть: $\frac{\sin(3\pi + \alpha)}{1 + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)} - \frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}$.

ВАРІАНТ 2

1° (1 бал). Порівняйте $\sin 1,9$ і $\cos 1,9$.

2° (1 бал). Обчисліть:

1) $\cos \frac{\pi}{4}$; 2) $\sin 60^\circ$;

3) $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{3}$; 4) $\operatorname{tg} 45^\circ$.

3° (1 бал). Знайдіть значення виразу:

1) $\cos \left(-\frac{\pi}{3}\right)$; 2) $\sin 405^\circ$.

4° (1 бал). Знайдіть $\cos \alpha$ і $\operatorname{tg} \alpha$, якщо $\sin \alpha = 0,8$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

5° (2 бали). Спростіть вираз:

1) $\cos^2 \alpha + \operatorname{tg}(-\alpha) \operatorname{ctg} \alpha$; 2) $\cos \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \operatorname{ctg}(\pi + \alpha)$.

6 (2 бали). Знайдіть область значень функції:

1) $y = 2 \sin x + 3$; 2) $y = \cos^2 x - 4$.

7 (2 бали). Дослідіть на парність функцію $y = x^3 - \sin x$.

8 (2 бали). Спростіть: $\frac{\cos(\pi - \alpha)}{\sin(\pi + \alpha) - 1} - \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{\cos(3\pi + \alpha)}$.

ВАРІАНТ 3

1° (1 бал). Порівняйте $\sin 1,7$ і $\cos 1,7$.

2° (1 бал). Обчисліть:

1) $\sin \frac{\pi}{3}$; 2) $\cos 30^\circ$;

3) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$; 4) $\operatorname{ctg} 60^\circ$.

3° (1 бал). Знайдіть значення виразу:

1) $\sin \left(-\frac{\pi}{6}\right)$; 2) $\cos 420^\circ$.

4° (1 бал). Знайдіть $\sin \alpha$ і $\operatorname{tg} \alpha$, якщо $\cos \alpha = -0,8$; $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

5° (2 бали). Спростіть вираз:

1) $\sin^2 \alpha + \operatorname{tg}(-\alpha) \operatorname{ctg} \alpha$; 2) $\cos(\pi - \alpha) \operatorname{ctg} \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$.

6 (2 бали). Знайдіть область значень функції:

1) $y = 4 \cos x - 2$; 2) $y = \sin^2 x + 1$.

7 (2 бали). Дослідіть на парність функцію $y = \cos x - x^4$.

8 (2 бали). Спростіть: $\frac{\cos(3\pi - \alpha)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - 1} - \frac{\sin(\pi + \alpha)}{\sin\left(\alpha + \frac{3\pi}{2}\right)}$.

ВАРІАНТ 4

1° (1 бал). Порівняйте $\cos 2,1$ і $\sin 2,1$.

2° (1 бал). Обчисліть:

1) $\cos \frac{\pi}{3}$; 2) $\sin 30^\circ$;

3) $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}$; 4) $\operatorname{tg} 60^\circ$.

3° (1 бал). Знайдіть значення виразу:

1) $\cos \left(-\frac{\pi}{6}\right)$; 2) $\sin 420^\circ$.

4° (1 бал). Знайдіть $\cos \alpha$ і $\operatorname{tg} \alpha$, якщо $\sin \alpha = -0,6$; $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

5° (2 бали). Спростіть вираз:

1) $\operatorname{ctg}(-\alpha) \operatorname{tg} \alpha + \cos^2 \alpha$; 2) $\sin(\pi + \alpha) \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$.

6 (2 бали). Знайдіть область значень функції:

1) $y = 5 \sin x - 3$; 2) $y = \cos^2 x + 2$.

7 (2 бали). Дослідіть на парність функцію $y = \sin x + x^5$.

8 (2 бали). Спростіть: $\frac{\sin(3\pi + \alpha)}{1 + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)} - \frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}$.

**СР-5. Періодичність функцій. Властивості та графіки тригонометричних функцій.
Формули додавання**

ВАРІАНТ 1

1° (3 бали). Для функції $y = \sin x$ знайдіть:

1) $y(0)$; 2) $y\left(\frac{\pi}{3}\right)$; 3) $y\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

2° (3 бали). Спростіть вираз:

1) $\sin(\alpha + \beta) - \sin\beta\cos\alpha$; 2) $\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) - \sin\alpha$;
3) $\sin 3x\cos x - \cos 3x\sin x$.

3 (3 бали). Не виконуючи побудови, знайдіть нулі функції $f(x) = \cos 4x$.

4 (3 бали). Знайдіть $\operatorname{tg}(\alpha - \beta)$, якщо $\sin\alpha = 0,8$; $\cos\beta = -0,6$; $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$;

$$\frac{\pi}{2} < \beta < \pi.$$

ВАРІАНТ 2

1° (3 бали). Для функції $y = \operatorname{tg} x$ знайдіть:

1) $y\left(\frac{\pi}{3}\right)$; 2) $y(0)$; 3) $y\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

2° (3 бали). Спростіть вираз:

1) $\cos(\alpha - \beta) - \sin\alpha\sin\beta$; 2) $\sqrt{2} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\alpha$;
3) $\cos 5x\cos x - \sin 5x\sin x$.

3 (3 бали). Не виконуючи побудови, знайдіть нулі функції $f(x) = \operatorname{ctg} 2x$.

4 (3 бали). Знайдіть $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$, якщо $\sin\alpha = 0,6$; $\cos\beta = -0,8$; $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$;

$$\frac{\pi}{2} < \beta < \pi.$$

ВАРІАНТ 3

1° (3 бали). Для функції $y = \operatorname{ctg} x$ знайдіть:

1) $y\left(\frac{\pi}{2}\right)$; 2) $y\left(\frac{\pi}{3}\right)$; 3) $y\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

2° (3 бали). Спростіть вираз:

1) $\sin(\alpha - \beta) + \sin\beta\cos\alpha$; 2) $\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \cos\alpha$;
3) $\sin 4x\cos x + \cos 4x\sin x$.

3 (3 бали). Не виконуючи побудови, знайдіть нулі функції $f(x) = \cos 2x$.

4 (3 бали). Знайдіть $\operatorname{tg}(\alpha - \beta)$, якщо $\cos\alpha = -0,6$; $\sin\beta = 0,8$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

$$0 < \beta < \frac{\pi}{2}.$$

ВАРІАНТ 4

1° (3 бали). Для функції $y = \cos x$ знайдіть:

1) $y\left(\frac{\pi}{4}\right)$; 2) $y\left(\frac{\pi}{6}\right)$; 3) $y(0)$.

2° (3 бали). Спростіть вираз:

1) $\cos(\alpha + \beta) + \sin\alpha\sin\beta$; 2) $\sqrt{2} \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\alpha$;
3) $\cos 8x\cos x + \sin 8x\sin x$.

3 (3 бали). Не виконуючи побудови, знайдіть нулі функції $f(x) = \operatorname{ctg} 4x$.

4 (3 бали). Знайдіть $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$, якщо $\cos\alpha = -0,8$; $\sin\beta = 0,6$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

$$0 < \beta < \frac{\pi}{2}.$$

**СР-6. Наслідки з формул додавання.
Найпростіші тригонометричні рівняння**

ВАРІАНТ 1

1° (3 бали). Чи є рівність тотожністю:

1) $\sin 2\beta = \sin \beta \cos \beta$;

2) $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$;

3) $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$?

2° (3 бали). Спростіть вираз:

1) $\frac{\sin 2x}{\sin x} + \cos x$; 2) $\frac{\cos 6\alpha}{\cos 3\alpha - \sin 3\alpha}$; 3) $\frac{\cos 6x - \cos 2x}{\sin 2x}$.

3 (3 бали). Розв'яжіть рівняння $3 \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) - 3 = 0$.

4 (3 бали). Обчисліть $2 \sin 20^\circ \sin 100^\circ + \cos 100^\circ$.

ВАРІАНТ 2

1° (3 бали). Чи є рівність тотожністю:

1) $\cos \alpha - \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2}$;

2) $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$;

3) $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$?

2° (3 бали). Спростіть вираз:

1) $\frac{\cos 2x}{\cos x + \sin x} + \sin x$; 2) $\frac{\sin 4x}{\cos 2x}$;

3) $\frac{\sin 4\beta + \sin 2\beta}{\cos \beta}$.

3 (3 бали). Розв'яжіть рівняння $2 \cos \left(4x - \frac{\pi}{8} \right) + 2 = 0$.

4 (3 бали). Обчисліть $2 \sin 20^\circ \cos 100^\circ + \sin 100^\circ$.

ВАРІАНТ 3

1° (3 бали). Чи є рівність тотожністю:

1) $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$; 2) $\cos 2\alpha = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$;

3) $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$?

2° (3 бали). Спростіть вираз:

1) $\frac{\cos 2\beta}{\cos \beta - \sin \beta} - \sin \beta$; 2) $\frac{\sin 12x}{\sin 6x}$;

3) $\frac{\sin 4x - \sin 2x}{\cos 3x}$.

3 (3 бали). Розв'яжіть рівняння $5 \operatorname{tg} \left(2x + \frac{\pi}{8} \right) - 5 = 0$.

4 (3 бали). Обчисліть $2 \cos 40^\circ \cos 80^\circ + \cos 140^\circ$.

ВАРІАНТ 4

1° (3 бали). Чи є рівність тотожністю:

1) $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$;

2) $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$;

3) $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha$?

2° (3 бали). Спростіть вираз:

1) $\frac{\sin 2\beta}{\cos \beta} - \sin \beta$; 2) $\frac{\cos 4\alpha}{\cos 2\alpha + \sin 2\alpha}$;

3) $\frac{\cos 8x + \cos 2x}{\cos 5x}$.

3 (3 бали). Розв'яжіть рівняння $2 \operatorname{ctg} \left(4x + \frac{\pi}{8} \right) - 2 = 0$.

4 (3 бали). Обчисліть $2 \sin 50^\circ \sin 10^\circ + \cos 140^\circ$.

ТКР-3. Періодичність функцій. Властивості та графіки тригонометричних функцій. Формули додавання та наслідки з них. Найпростіші тригонометричні рівняння

ВАРІАНТ 1

1° (1 бал). Чи має розв'язки рівняння:

$$1) \sin x = -\sqrt{3}; \quad 2) \cos x = \frac{1}{2}?$$

2° (1 бал). Подайте у вигляді добутку вираз:

$$1) \sin 6\alpha + \sin 4\alpha; \quad 2) \cos 4\alpha - \cos 2\alpha.$$

3° (2 бали). Спростіть вираз:

$$1) 4\cos 3\alpha \sin 3\alpha \cos 6\alpha; \quad 2) \frac{\cos 4\alpha}{\cos 2\alpha - \sin 2\alpha}.$$

4° (2 бали). Розв'яжіть рівняння:

$$1) \sin 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2}; \quad 2) \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{8}\right) = 0.$$

5 (2 бали). Доведіть тотожність:

$$\frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)} = \operatorname{ctg} \beta.$$

6 (2 бали). Побудуйте графік функції $y = \sin 4x$. Вкажіть:

- 1) нулі функції;
- 2) проміжки зростання і проміжки спадання функції.

7 (2 бали). Знайдіть $\sin 2\alpha$, якщо $\sin \alpha - \cos \alpha = -0,4$.

ВАРІАНТ 2

1° (1 бал). Чи має розв'язки рівняння:

$$1) \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \quad 2) \cos x = \sqrt{3}?$$

2° (1 бал). Подайте у вигляді добутку вираз:

$$1) \sin 8\alpha - \sin 4\alpha; \quad 2) \cos 10\alpha + \cos 2\alpha.$$

3° (2 бали). Спростіть вираз:

$$1) 4\sin 2\alpha \cos 2\alpha \cos 4\alpha; \quad 2) \frac{\cos 10\alpha}{\sin 5\alpha + \cos 5\alpha}.$$

4° (2 бали). Розв'яжіть рівняння:

$$1) \cos 3x = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \quad 2) \sin\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{6}\right) = -1.$$

5 (2 бали). Доведіть тотожність:

$$\frac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)} = -\operatorname{ctg} \beta.$$

6 (2 бали). Побудуйте графік функції $y = \cos 4x$. Вкажіть:

- 1) нулі функції;
- 2) проміжки зростання і проміжки спадання функції.

7 (2 бали). Знайдіть $\sin 2\alpha$, якщо $\sin \alpha + \cos \alpha = 0,2$.

ВАРІАНТ 3

1° (1 бал). Чи має розв'язки рівняння:

$$1) \cos x = -\sqrt{3}; \quad 2) \sin x = \frac{1}{2}?$$

2° (1 бал). Подайте у вигляді добутку вираз:

$$1) \cos 8\alpha - \cos 4\alpha; \quad 2) \sin 6\alpha + \sin 2\alpha.$$

3° (2 бали). Спростіть вираз:

$$1) 4\cos 5\alpha \sin 5\alpha \cos 10\alpha; \quad 2) \frac{\cos 12\alpha}{\cos 6\alpha - \sin 6\alpha}.$$

4° (2 бали). Розв'яжіть рівняння:

$$1) \cos 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2}; \quad 2) \sin\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{8}\right) = 0.$$

5 (2 бали). Доведіть тотожність:

$$\frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)} = \operatorname{ctg} \alpha.$$

6 (2 бали). Побудуйте графік функції $y = \cos 2x$. Вкажіть:

- 1) нулі функції;
- 2) проміжки зростання і проміжки спадання функції.

7 (2 бали). Знайдіть $\sin 2\alpha$, якщо $\cos \alpha - \sin \alpha = 0,7$.

ВАРІАНТ 4

1° (1 бал). Чи має розв'язки рівняння:

$$1) \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad 2) \sin x = -\sqrt{2}?$$

2° (1 бал). Подайте у вигляді добутку вираз:

$$1) \cos 6\alpha + \cos 2\alpha; \quad 2) \sin 8\alpha - \sin 4\alpha.$$

3° (2 бали). Спростіть вираз:

$$1) 4\cos 4\alpha \sin 4\alpha \cos 8\alpha; \quad 2) \frac{\cos 6\alpha}{\cos 3\alpha + \sin 3\alpha}.$$

4° (2 бали). Розв'яжіть рівняння:

$$1) \sin 5x = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \quad 2) \cos\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4}\right) = 1.$$

5 (2 бали). Доведіть тотожність:

$$\frac{\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)} = -\operatorname{tg} \alpha.$$

6 (2 бали). Побудуйте графік функції $y = \sin 2x$. Вкажіть:

- 1) нулі функції;
- 2) проміжки зростання і проміжки спадання функції.

7 (2 бали). Знайдіть $\sin 2\alpha$, якщо $\cos \alpha + \sin \alpha = -0,3$.

СР-7. Похідна функції, її геометричний і фізичний зміст. Правила диференціювання

ВАРІАНТ 1

1° (3 бали). Чи правильно знайдено похідну:

$$1) (x^5)' = 5x^5; \quad 2) (\sin x)' = -\cos x; \quad 3) (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}?$$

2° (3 бали). Знайдіть похідну функції:

$$1) \varphi(x) = 2x^3 - 3x^7 + 11; \quad 2) f(x) = x^2 \cos x;$$

$$3) p(x) = \frac{x+1}{x^4}.$$

3 (3 бали). Матеріальна точка рухається прямолинійно за законом $x(t) = 4t^2 - 2t + 11$ (шлях x вимірюється у метрах; час t — у секундах). У який момент часу швидкість точки буде дорівнювати 38 м/с?

4 (3 бали). Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x) = 5x - x^2$, яка паралельна прямій $y = 7x - 11$.

ВАРІАНТ 2

1° (3 бали). Чи правильно знайдено похідну:

$$1) (x^4)' = 4x^3; \quad 2) (\cos x)' = \sin x; \quad 3) \left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}?$$

2° (3 бали). Знайдіть похідну функції:

$$1) p(x) = 5x^3 + 8x^7 - 3; \quad 2) g(x) = x^2 \sin x;$$

$$3) \varphi(x) = \frac{x-2}{x^5}.$$

3 (3 бали). Матеріальна точка рухається прямолинійно за законом $x(t) = 3t^2 - t + 13$ (шлях x вимірюється у метрах; час t — у секундах). У який момент часу швидкість точки буде дорівнювати 23 м/с?

4 (3 бали). Складіть рівняння дотичної до графіка функції $g(x) = 3x + x^2$, яка паралельна прямій $y = 4 - 3x$.

ВАРІАНТ 3

1° (3 бали). Чи правильно знайдено похідну:

$$1) (\sin x)' = \cos x; \quad 2) (x^7)' = 6x^6; \quad 3) (\sqrt{x})' = \frac{1}{\sqrt{x}}?$$

2° (3 бали). Знайдіть похідну функції:

$$1) f(x) = 3x^5 + 7x^4 - 7; \quad 2) g(x) = x^3 \cos x;$$

$$3) m(x) = \frac{x-2}{x^6}.$$

3 (3 бали). Матеріальна точка рухається прямолинійно за законом $x(t) = 5t^2 + t - 11$ (шлях x вимірюється у метрах; час t — у секундах). У який момент часу швидкість точки буде дорівнювати 41 м/с?

4 (3 бали). Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x) = x^2 + 5x$, яка паралельна прямій $y = 9x - 1$.

ВАРІАНТ 4

1° (3 бали). Чи правильно знайдено похідну:

$$1) (\cos x)' = -\sin x; \quad 2) (x^8)' = 8x^7; \quad 3) \left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2}?$$

2° (3 бали). Знайдіть похідну функції:

$$1) \psi(x) = 4x^5 - 9x^3 + 1; \quad 2) f(x) = x^4 \sin x;$$

$$3) g(x) = \frac{x+4}{x^6}.$$

3 (3 бали). Матеріальна точка рухається прямолинійно за законом $x(t) = 7t^2 + 2t - 11$ (шлях x вимірюється у метрах; час t — у секундах). У який момент часу швидкість точки буде дорівнювати 44 м/с?

4 (3 бали). Складіть рівняння дотичної до графіка функції $g(x) = x^2 - 3x$, яка паралельна прямій $y = 5x + 11$.

СР-8. Застосування похідної

ВАРІАНТ 1

1° (3 бали). Знаки похідної функції $y = f(x)$, визначеної на R , зображено на малюнку. Визначте всі точки максимуму цієї функції.



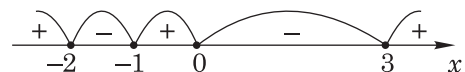
2° (3 бали). Знайдіть критичні точки функції $g(x) = 10x - x^2$.

3 (3 бали). Знайдіть проміжки зростання та проміжки спадання функції $f(x) = \frac{x}{4} + \frac{9}{x}$.

4 (3 бали). Знайдіть найбільше і найменше значення функції $g(x) = \frac{x^2 - 8x}{x + 1}$ на проміжку $[0; 4]$.

ВАРІАНТ 2

1° (3 бали). Знаки похідної функції $y = g(x)$, визначеної на R , зображено на малюнку. Визначте всі точки мінімуму цієї функції.



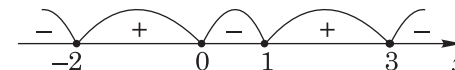
2° (3 бали). Знайдіть критичні точки функції $f(x) = x^2 + 8x$.

3 (3 бали). Знайдіть проміжки зростання та проміжки спадання функції $g(x) = \frac{x}{3} + \frac{27}{x}$.

4 (3 бали). Знайдіть найбільше і найменше значення функції $f(x) = \frac{x^2 + 6x}{x - 2}$ на проміжку $[-4; 0]$.

ВАРІАНТ 3

1° (3 бали). Знаки похідної функції $y = g(x)$, визначеної на R , зображено на малюнку. Визначте всі точки максимуму цієї функції.



2° (3 бали). Знайдіть критичні точки функції $f(x) = x^2 - 16x$.

3 (3 бали). Знайдіть проміжки зростання та проміжки спадання функції $g(x) = \frac{4}{x} + \frac{x}{9}$.

4 (3 бали). Знайдіть найбільше і найменше значення функції $f(x) = \frac{x^2 + 8x}{x - 1}$ на проміжку $[-4; 0]$.

ВАРІАНТ 4

1° (3 бали). Знаки похідної функції $y = f(x)$, визначеної на R , зображено на малюнку. Визначте всі точки максимуму цієї функції.



2° (3 бали). Знайдіть критичні точки функції $g(x) = 6x + x^2$.

3 (3 бали). Знайдіть проміжки зростання та проміжки спадання функції $f(x) = \frac{x}{27} + \frac{3}{x}$.

4 (3 бали). Знайдіть найбільше і найменше значення функції $g(x) = \frac{x^2 - 6x}{x + 2}$ на проміжку $[0; 4]$.

ТКР-4. Похідна та її застосування

ВАРІАНТ 1

1° (1 бал). Знайдіть похідну функції:

1) $f(x) = x^6$; 2) $f(x) = 5\cos x$;
3) $\varphi(x) = 3x^{-2}$; 4) $\varphi(x) = \operatorname{ctg} x$.

2° (2 бали). Знайдіть похідну функції:

1) $f(x) = x \sin x$; 2) $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 3}$.

3° (1 бал). Тіло рухається прямолінійно за законом $x(t) = \frac{1}{2}t^2 + 8t + 6$ (шлях x вимірюється у метрах; час t — у секундах). Знайдіть швидкість тіла в момент часу $t = 7$ с.

4° (2 бали). Знайдіть найбільше і найменше значення функції $f(x) = x^2 - 6x + 1$ на проміжку $[0; 4]$.

5 (2 бали). Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x) = \frac{3}{4}x^4 - 2x$ в точці з абсцисою $x_0 = 2$.

6 (2 бали). Дослідіть функцію $y = 2x^3 + 3x^2$ та побудуйте її графік.

7 (2 бали). При яких значеннях m функція $f(x) = x^3 - 3mx^2 + 12x - 9$ зростає на R ?

ВАРІАНТ 2

1° (1 бал). Знайдіть похідну функції:

1) $f(x) = x^5$; 2) $f(x) = 7\sin x$;
3) $\varphi(x) = 5x^{-3}$; 4) $\varphi(x) = \operatorname{tg} x$.

2° (2 бали). Знайдіть похідну функції:

1) $f(x) = x \cos x$; 2) $g(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 2}$.

3° (1 бал). Тіло рухається прямолінійно за законом $x(t) = \frac{1}{2}t^2 + 5t - 7$ (шлях x вимірюється у метрах; час t — у секундах). Знайдіть швидкість тіла в момент часу $t = 3$ с.

4° (2 бали). Знайдіть найбільше і найменше значення функції $f(x) = x^2 + 4x - 3$ на проміжку $[-3; 0]$.

5 (2 бали). Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x) = 6x - \frac{3}{4}x^4$ в точці з абсцисою $x_0 = 2$.

6 (2 бали). Дослідіть функцію $y = 3x^2 - 2x^3$ та побудуйте її графік.

7 (2 бали). При яких значеннях a функція $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 27x + 2$ зростає на R ?

ВАРІАНТ 3

1° (1 бал). Знайдіть похідну функції:

- 1) $f(x) = x^8$; 2) $f(x) = \cos x$;
 3) $\varphi(x) = 4x^{-5}$; 4) $\varphi(x) = 2\operatorname{ctg} x$.

2° (2 бали). Знайдіть похідну функції:

- 1) $f(x) = x \operatorname{tg} x$; 2) $g(x) = \frac{x^2 + 2}{x - 3}$.

3° (1 бал). Тіло рухається прямолінійно за законом $x(t) = \frac{1}{2}t^2 + 5t + 11$ (шлях x вимірюється у метрах; час t — у секундах). Знайдіть швидкість тіла в момент часу $t = 6$ с.

4° (2 бали). Знайдіть найбільше і найменше значення функції $f(x) = x^2 + 2x - 5$ на проміжку $[-3; 0]$.

5 (2 бали). Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 6x$ в точці з абсцисою $x_0 = 2$.

6 (2 бали). Дослідіть функцію $y = 4x^3 + 3x^2$ та побудуйте її графік.

7 (2 бали). При яких значеннях a функція $f(x) = x^3 + 3ax^2 + 12x + 7$ зростає на R ?

ВАРІАНТ 4

1° (1 бал). Знайдіть похідну функції:

- 1) $f(x) = x^7$; 2) $f(x) = \sin x$;
 3) $\varphi(x) = 7x^{-4}$; 4) $\varphi(x) = 3\operatorname{tg} x$.

2° (2 бали). Знайдіть похідну функції:

- 1) $f(x) = x \operatorname{ctg} x$; 2) $g(x) = \frac{x^2 - 2}{x + 4}$.

3° (1 бал). Тіло рухається прямолінійно за законом $x(t) = \frac{1}{2}t^2 + 10t - 2$ (шлях x вимірюється у метрах; час t — у секундах). Знайдіть швидкість тіла в момент часу $t = 3$ с.

4° (2 бали). Знайдіть найбільше і найменше значення функції $f(x) = x^2 - 4x + 3$ на проміжку $[0; 3]$.

5 (2 бали). Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x) = 4x - \frac{1}{4}x^4$ в точці з абсцисою $x_0 = 2$.

6 (2 бали). Дослідіть функцію $y = 3x^2 - 4x^3$ та побудуйте її графік.

7 (2 бали). При яких значеннях m функція $f(x) = x^3 + 3mx^2 + 27x - 10$ зростає на R ?

ТКР-5. Підсумкова контрольна робота з алгебри і початків аналізу

ВАРІАНТ 1

1° (1 бал). Дано: $f(x) = x^2 + 2$. Порівняйте $f(0)$ і $f(-1)$.

2° (1 бал). Обчисліть:

$$1) \sqrt[4]{16 \cdot 625}; \quad 2) \frac{\sqrt[3]{96}}{\sqrt[3]{12}};$$

$$3) \sqrt{2} \cos(-45^\circ); \quad 4) \sin \frac{\pi}{2} - \operatorname{tg} \frac{3\pi}{4}.$$

3° (1 бал). Для функції $f(x) = \frac{x-3}{x+4}$ знайдіть $f'(x)$ і $f'(-3)$.

4° (1 бал). Розв'яжіть рівняння:

$$1) x^4 = 16; \quad 2) \operatorname{tg} 4x = \sqrt{3}.$$

5° (2 бали). Знайдіть проміжки монотонності, точки екстремуму та екстремуми функції $y = 4x - x^2$.

6 (2 бали). Подайте у вигляді степеня:

$$1) \left(\sqrt[4]{\sqrt{a}} \cdot a^{-\frac{1}{6}} \right)^{24}; \quad 2) \left(\sqrt[5]{x} : \sqrt[3]{x^{-2}} \right)^{-15}.$$

7 (2 бали). Дано: $\sin \alpha = 0,6$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Знайдіть:

$$1) \cos \alpha; \quad 2) \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right).$$

8 (2 бали). Знайдіть значення виразу

$$\sqrt{\left(1 + 2 \sin \frac{\pi}{4}\right)^2} - \sqrt{\left(1 - 2 \cos \frac{\pi}{4}\right)^2}.$$

ВАРІАНТ 2

1° (1 бал). Дано: $g(x) = x^2 - 4$. Порівняйте $g(0)$ і $g(-1)$.

2° (1 бал). Обчисліть:

$$1) \sqrt[3]{125 \cdot 27}; \quad 2) \frac{\sqrt[4]{48}}{\sqrt[4]{3}};$$

$$3) \sqrt{3} \sin(-60^\circ); \quad 4) \cos \pi - \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{4}.$$

3° (1 бал). Для функції $f(x) = \frac{x+4}{x-3}$ знайдіть $f'(x)$ і $f'(2)$.

4° (1 бал). Розв'яжіть рівняння:

$$1) x^4 = \frac{1}{16}; \quad 2) \operatorname{ctg} 4x = 1.$$

5° (2 бали). Знайдіть проміжки монотонності, точки екстремуму та екстремуми функції $y = x^2 - 6x$.

6 (2 бали). Подайте у вигляді степеня:

$$1) \left(\sqrt[4]{\sqrt{x}} \cdot x^{-\frac{1}{12}} \right)^{48}; \quad 2) \left(\sqrt[6]{b} : \sqrt[5]{b^{-3}} \right)^{30}.$$

7 (2 бали). Дано: $\cos \alpha = 0,8$; $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Знайдіть:

$$1) \sin \alpha; \quad 2) \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right).$$

8 (2 бали). Знайдіть значення виразу

$$\sqrt{\left(1 + 2 \cos \frac{\pi}{6}\right)^2} - \sqrt{\left(1 - 2 \sin \frac{\pi}{3}\right)^2}.$$

ВАРІАНТ 3

1° (1 бал). Дано: $f(x) = x^2 - 2$. Порівняйте $f(1)$ і $f(0)$.

2° (1 бал). Обчисліть:

1) $\sqrt[4]{81 \cdot 16}$; 2) $\frac{\sqrt[5]{96}}{\sqrt[3]{3}}$;

3) $\sqrt{3} \operatorname{ctg}(-30^\circ)$; 4) $\cos 0 - \sin \frac{3\pi}{2}$.

3° (1 бал). Для функції $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$ знайдіть $f'(x)$ і $f'(-2)$.

4° (1 бал). Розв'яжіть рівняння:

1) $x^4 = 81$; 2) $\operatorname{tg} 2x = -1$.

5° (2 бали). Знайдіть проміжки монотонності, точки екстремуму та екстремуми функції $y = x^2 - 10x$.

6 (2 бали). Подайте у вигляді степеня:

1) $\left(\sqrt[3]{\sqrt{b} \cdot b^{-\frac{1}{8}}}\right)^{24}$; 2) $\left(\sqrt[4]{y} : \sqrt[5]{y^{-2}}\right)^{-20}$.

7 (2 бали). Дано: $\sin \alpha = -0,8$; $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Знайдіть:

1) $\cos \alpha$; 2) $\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$.

8 (2 бали). Знайдіть значення виразу

$$\sqrt{\left(1 - 2 \cos \frac{\pi}{6}\right)^2} - \sqrt{\left(1 + 2 \sin \frac{\pi}{3}\right)^2}.$$

ВАРІАНТ 4

1° (1 бал). Дано: $g(x) = x^2 + 2$. Порівняйте $g(1)$ і $g(0)$.

2° (1 бал). Обчисліть:

1) $\sqrt[3]{64 \cdot 27}$; 2) $\frac{\sqrt[4]{162}}{\sqrt[4]{2}}$;

3) $\sqrt{3} \operatorname{tg}(-60^\circ)$; 4) $\sin \frac{\pi}{2} - \cos \frac{\pi}{3}$.

3° (1 бал). Для функції $f(x) = \frac{x+3}{x-2}$ знайдіть $f'(x)$ і $f'(3)$.

4° (1 бал). Розв'яжіть рівняння:

1) $x^4 = \frac{1}{81}$; 2) $\operatorname{ctg} 2x = \sqrt{3}$.

5° (2 бали). Знайдіть проміжки монотонності, точки екстремуму та екстремуми функції $y = 12x - x^2$.

6 (2 бали). Подайте у вигляді степеня:

1) $\left(\sqrt{\sqrt[5]{y} \cdot y^{-\frac{1}{15}}}\right)^{60}$; 2) $\left(\sqrt[3]{a} : \sqrt[3]{a^{-5}}\right)^{-24}$.

7 (2 бали). Дано: $\cos \alpha = -0,6$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Знайдіть:

1) $\sin \alpha$; 2) $\operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$.

8 (2 бали). Знайдіть значення виразу

$$\sqrt{\left(1 - 2 \sin \frac{\pi}{4}\right)^2} - \sqrt{\left(1 + 2 \cos \frac{\pi}{4}\right)^2}.$$

ГЕОМЕТРІЯ

СР-1. Основні поняття, аксіоми стереометрії та найпростіші наслідки з них. Взаємне розміщення прямих у просторі. Паралельне проектування і його властивості

ВАРІАНТ 1

- 1° (3 бали).** Скільки різних площин можна провести через пряму і точку, яка не належить цій прямій?
- 2° (3 бали).** Через прямі AB і AC проведено площину. Доведіть, що цій площині належить медіана AM трикутника ABC .
- 3 (3 бали).** Паралелограм $ABCD$ — паралельна проекція ромба (рис. 1). Побудуйте проекцію перпендикуляра, проведеного з точки K , що належить стороні AB , до діагоналі AC ромба.
- 4 (3 бали).** Відрізок MN перетинає площину γ . Через точки M, N і середину A відрізка MN проведено паралельні між собою прямі, які перетинають площину γ у точках M_1, N_1 і A_1 відповідно. Знайдіть AA_1 , якщо $MM_1 = 6$ см; $NN_1 = 16$ см.

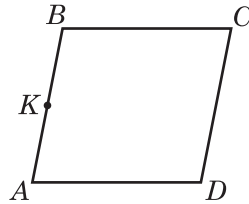


Рис. 1

ВАРІАНТ 2

- 1° (3 бали).** Скільки різних площин можна провести через три точки, які лежать на одній прямій?
- 2° (3 бали).** Через прямі BA і BC проведено площину. Доведіть, що цій площині належить бісектриса BL трикутника ABC .
- 3 (3 бали).** Паралелограм $ABCD$ — паралельна проекція квадрата (рис. 2). Побудуйте проекцію перпендикуляра, проведеного з точки M , що належить стороні CD , до діагоналі BD квадрата.
- 4 (3 бали).** Через точки A, B і середину N відрізка AB проведено паралельні між собою прямі, які перетинають деяку площину α у точках A_1, B_1 і N_1 відповідно. Відрізок AB перетинає площину α . Знайдіть NN_1 , якщо $AA_1 = 14$ см; $BB_1 = 2$ см.

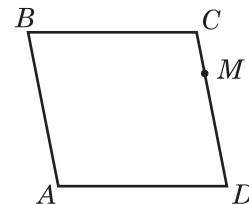


Рис. 2

ВАРІАНТ 3

- 1° (3 бали).** Скільки різних площин можна провести через дві точки?
- 2° (3 бали).** Через прямі CA і CB проведено площину. Доведіть, що цій площині належить медіана CK трикутника ABC .
- 3 (3 бали).** Паралелограм $ABCD$ — паралельна проекція квадрата (рис. 3). Побудуйте проекцію перпендикуляра, проведеного з точки N , що належить стороні CD , до діагоналі AC квадрата.
- 4 (3 бали).** Через точки M, L і середину D відрізка ML проведено паралельні між собою прямі, які перетинають деяку площину β у точках M_1, L_1 і D_1 відповідно. Знайдіть довжину відрізка DD_1 , якщо $MM_1 = 18$ см; $LL_1 = 6$ см і відрізок ML перетинає площину β .

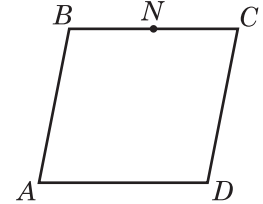


Рис. 3

ВАРІАНТ 4

- 1° (3 бали).** Скільки різних площин можна провести через дві прямі, які перетинаються?
- 2° (3 бали).** Через прямі AB і AC проведено площину. Доведіть, що цій площині належить бісектриса AK трикутника ABC .
- 3 (3 бали).** Паралелограм $ABCD$ — паралельна проекція ромба (рис. 4). Побудуйте проекцію перпендикуляра, проведеного з точки M , що належить стороні AD , до діагоналі ромба BD .
- 4 (3 бали).** Через точки C, D і середину N відрізка CD , проведено паралельні між собою прямі, які перетинають площину α у точках C_1, D_1 і N_1 відповідно. Відрізок CD перетинає площину α . Знайдіть NN_1 , якщо $CC_1 = 6$ см; $DD_1 = 20$ см.

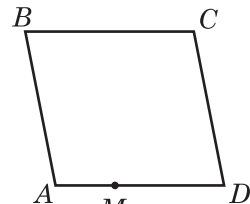


Рис. 4

**СР-2. Паралельність прямої та площини.
Паралельність площин**

ВАРІАНТ 1

- 1° (3 бали).** $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямокутний паралелепіпед (рис. 5). Вкажіть площину, паралельну площині CDD_1 .
- 2° (3 бали).** Точка M не належить площині паралелограма $ABCD$ (рис. 6). Доведіть, що $AB \parallel (MCD)$.
- 3 (3 бали).** Точка Q , що не належить площині ромба $ABCD$, сполучена з вершинами ромба (рис. 7). Побудуйте площину, що проходить через точку L відрізка BQ , паралельно площині ромба.

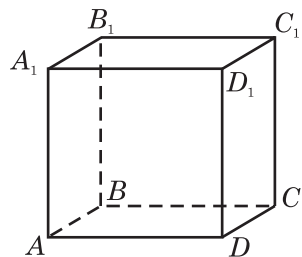


Рис. 5

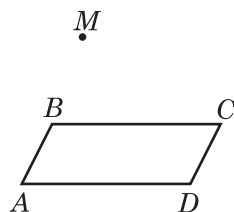


Рис. 6

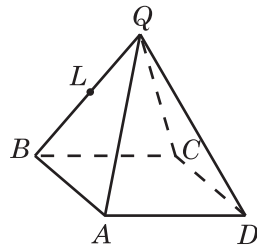


Рис. 7

- 4 (3 бали).** Точка D не лежить у площині трикутника ABC (рис. 8). На відрізках AD , DB і BC взято відповідно точки K , L і M так, що $DK : KA = DL : LB = CM : MB = 2 : 1$.
- 1) Побудуйте точку N — точку перетину площини KLM і відрізка AC .
 - 2) Знайдіть периметр чотирикутника $KLMN$, якщо $AB = 12$ см; $DC = 9$ см.

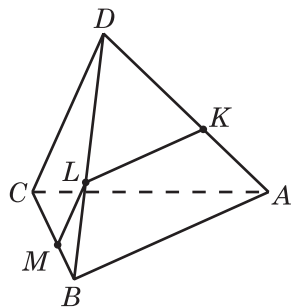


Рис. 8

ВАРІАНТ 2

- 1° (3 бали).** $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб (рис. 9). Вкажіть деяку площину, яка перетинає площину ADD_1 .
- 2° (3 бали).** Точка N не лежить у площині ромба $ABCD$ (рис. 10). Доведіть, що $CD \parallel (ABN)$.
- 3 (3 бали).** Точка T , що не лежить у площині прямокутника $ABCD$, сполучена з вершинами прямокутника (рис. 11). Побудуйте площину, що проходить через точку M відрізка TD паралельно площині прямокутника.

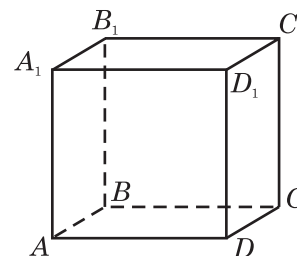


Рис. 9

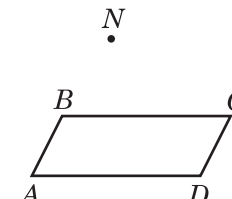


Рис. 10

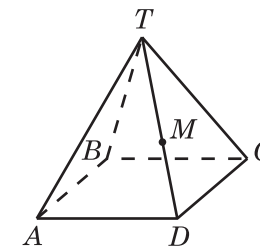


Рис. 11

- 4 (3 бали).** Точка Q не лежить у площині трикутника ABC (рис. 12). На відрізках QA , QB і BC взято відповідно точки N , D і L так, що $QN : NA = QD : DB = CL : LB = 1 : 2$.
- 1) Побудуйте точку K — точку перетину площини LDN і відрізка AC .
 - 2) Знайдіть периметр чотирикутника $LDNK$, якщо $AB = 18$ см; $CQ = 15$ см.

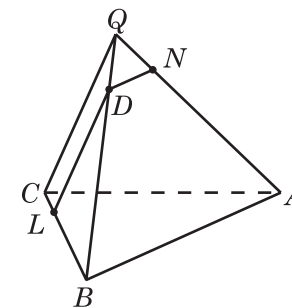


Рис. 12

ВАРІАНТ 3

- 1° (3 бали).** $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб (рис. 13). Вкажіть площину, паралельну площині $BB_1 C_1$.
- 2° (3 бали).** Точка K не лежить у площині прямокутника $ABCD$ (рис. 14). Доведіть, що $AD \parallel (BCK)$.
- 3 (3 бали).** Точку M , що не лежить у площині квадрата $ABCD$, сполучили з вершинами квадрата (рис. 15). Побудуйте площину, що проходить через точку K відрізка MA , паралельно площині квадрата.

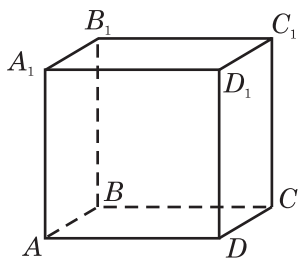


Рис. 13

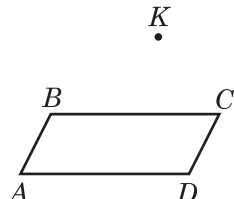


Рис. 14

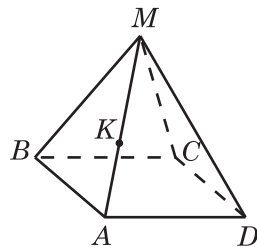


Рис. 15

- 4 (3 бали).** Точка M не лежить у площині трикутника ABC (рис. 16). На відрізках MC , MB і AB відповідно взято точки D , E і F так, що $MD : DC = ME : EB = AF : FB = 2 : 1$.

- 1) Побудуйте точку L — точку перетину площини DEF і відрізка AC .
- 2) Знайдіть периметр чотирикутника $DEFL$, якщо $AB = 12$ см; $MC = 9$ см.

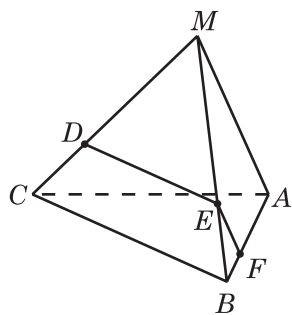


Рис. 16

ВАРІАНТ 4

- 1° (3 бали).** $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямокутний паралелепіпед (рис. 17). Вкажіть деяку площину, яка перетинає площину $A_1 B_1 C_1 D_1$.
- 2° (3 бали).** Точка T не лежить у площині квадрата $ABCD$ (рис. 18). Доведіть, що $BC \parallel (ATD)$.
- 3 (3 бали).** Точка L , що не лежить у площині паралелограма $ABCD$, сполучена з вершинами паралелограма (рис. 19). Побудуйте площину, що проходить через точку N відрізка LD паралельно площині паралелограма.

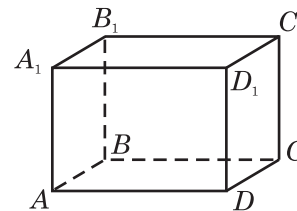


Рис. 17

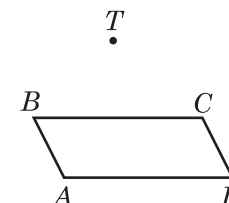


Рис. 18

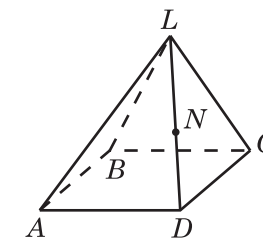


Рис. 19

- 4 (3 бали).** Точка F не лежить у площині трикутника ABC (рис. 20). На відрізках AF , CF і BC взято точки K , L і M відповідно так, що $FK : KA = FL : LC = BM : MC = 1 : 2$.

- 1) Побудуйте точку N — точку перетину площини KLM і відрізка AB .
- 2) Знайдіть периметр чотирикутника $KLMN$, якщо $AC = 15$ см; $FB = 18$ см.

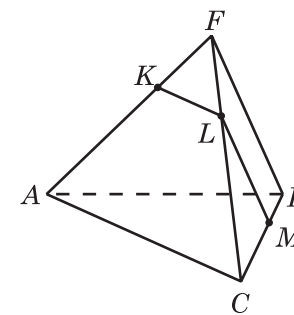


Рис. 20

ТКР-1. Паралельність прямих і площин у просторі

ВАРІАНТ 1

1° (1 бал). На рис. 21 — куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Яким є взаємне розміщення прямих:

- 1) CD і $C_1 D_1$;
- 2) $A_1 C_1$ і $B_1 D_1$;
- 3) $B_1 D_1$ і AA_1 ;
- 4) AA_1 і CC_1 ?

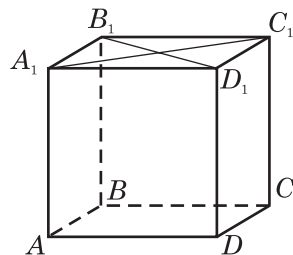


Рис. 21

2° (1 бал). $KLMNK_1 L_1 M_1 N_1$ — прямокутний паралелепіпед (рис. 22). Запишіть:

- 1) деякі дві прями, паралельні площині $NN_1 M_1$;
- 2) деякі дві прями, які перетинають площину KLM .

3° (1 бал). Точки K_0, M_0 і N_0 лежать на одній прямій (рис. 23), точки K, M, N — паралельні проєкції точок K_0, M_0, N_0 на площину γ . $K_0 M_0 = 10$ см; $M_0 N_0 = 5$ см; $KM = 8$ см. Знайдіть MN .

4° (1 бал). На рис. 24 — чотирикутна піраміда $SABCD$, точка L належить ребру SA , точка N — ребру BC . Вкажіть:

- 1) пряму, по якій перетинаються площини SBC і ANS ;
- 2) площину, що проходить через прями DL і AS .

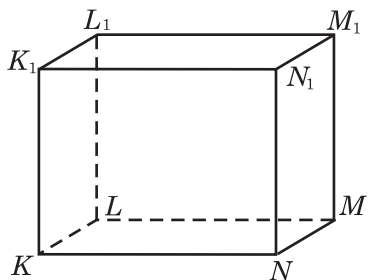


Рис. 22

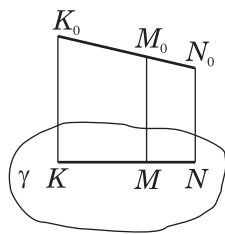


Рис. 23

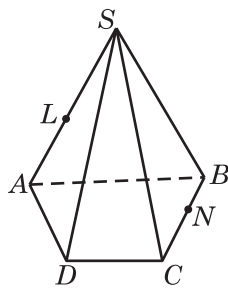


Рис. 24

5° (1 бал). Пряма EF , яка не лежить у площині ромба $ABCD$, паралельна стороні AB цього ромба. Яким є взаємне розміщення прямих:

- 1) EF і CD ;
- 2) EA і BC ?

6° (1 бал). Площини α і β — паралельні. Прями s і d перетинають площину α в точках K і N , а площину β — в точках C і D відповідно. Знайдіть міру кута KND , якщо $\angle NDC = 80^\circ$.

7 (3 бали). Площина γ паралельна стороні AB трикутника ABC та перетинає сторони AC і BC в точках A_1 і B_1 відповідно. Знайдіть довжину відрізка BC , якщо $AB = BB_1 = 9$ см; $A_1 B_1 = 3$ см.

8 (3 бали). Скільки площин можна провести через точки A, B і C , якщо:

- 1) $AB = 2$ см; $BC = 0,9$ дм; $AC = 73$ мм;
- 2) $AB = 0,1$ м; $BC = 4$ см; $AC = 0,6$ дм?

ВАРІАНТ 2

1° (1 бал). На рис. 25 — куб $KLMNK_1L_1M_1N_1$. Яким є взаємне розміщення прямих:

- 1) KM і LN ;
- 2) LL_1 і NN_1 ;
- 3) KM і LL_1 ;
- 4) K_1L_1 і N_1M_1 ?

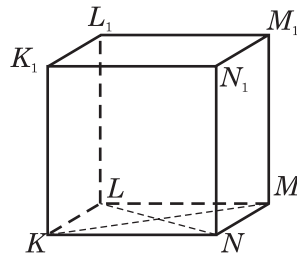


Рис. 25

2° (1 бал). $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямокутний паралелепіпед (рис. 26). Запишіть:

- 1) деякі дві прями, паралельні площині ABB_1 ;
- 2) деякі дві прями, які перетинають площину $A_1 B_1 C_1$.

3° (1 бал). Точки A_0 , B_0 і C_0 лежать на одній прямій (рис. 27), точки A , B , C — паралельні проекції точок A_0 , B_0 , C_0 на площину β . $A_0 B_0 = 12$ см; $B_0 C_0 = 4$ см; $AB = 10$ см. Знайдіть BC .

4° (1 бал). На рис. 28 — трикутна піраміда $SABC$, точка L належить ребру SC , точка M — ребру AB . Вкажіть:

- 1) пряму, по якій перетинаються площини SAB і SMC ;
- 2) площину, що проходить через прями BL і SC .

5° (1 бал). Пряма KL , яка не лежить у площині прямокутника $CDMN$, паралельна стороні CD цього прямокутника. Яким є взаємне розміщення прямих:

- 1) AK і DM ;
- 2) KL і MN ?

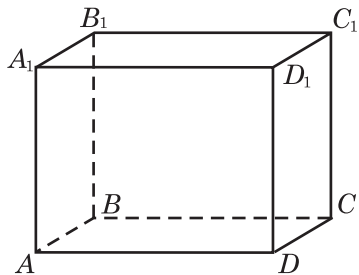


Рис. 26

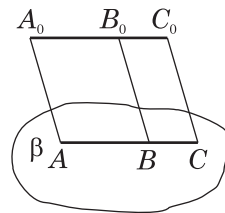


Рис. 27

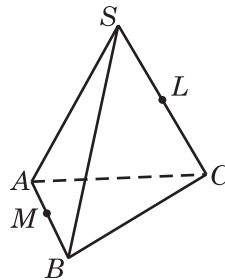


Рис. 28

6° (1 бал). Площини β і γ — паралельні. Прями m і n перетинають площину β в точках K і L , а площину γ — в точках M і N відповідно. Знайдіть міру кута KLN , якщо $\angle KMN = 70^\circ$.

7 (3 бали). Площина α паралельна стороні BC трикутника ABC та перетинає сторони AB і AC в точках B_1 і C_1 відповідно. Знайдіть довжину відрізка AC , якщо $BC = 6$ см; $BC = 6$ см; $CC_1 = 9$ см; $B_1C_1 = 3$ см.

8 (3 бали). Скільки площин можна провести через точки K , L і M , якщо:

- 1) $KL = 0,07$ м; $LM = 3$ см; $KM = 0,4$ дм;
- 2) $KL = 92$ мм; $LM = 0,8$ дм; $KM = 4$ см?

ВАРІАНТ 3

1° (1 бал). На рис. 29 — прямокутний паралелепіпед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Яким є взаємне розміщення прямих:

- 1) AC і BB_1 ;
- 2) $A_1 B_1$ і $C_1 D_1$;
- 3) AC і BD ;
- 4) AA_1 і CC_1 ?

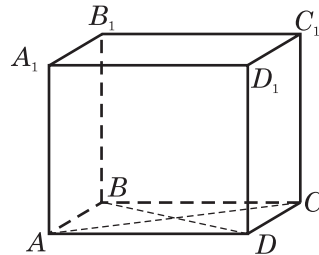


Рис. 29

2° (1 бал). $KLMNK_1 L_1 M_1 N_1$ — куб (рис. 30). Запишіть:

- 1) деякі дві прями, паралельні площині $LL_1 M_1$;
- 2) деякі дві прями, які перетинають площину MNN_1 .

3° (1 бал). Точки K_0 , M_0 і N_0 лежать на одній прямій (рис. 31), точки K , M , N — паралельні проєкції точок K_0 , M_0 , N_0 на площину β . $K_0 M_0 = 15$ см; $M_0 N_0 = 5$ см; $KM = 4$ см. Знайдіть MN .

4° (1 бал). На рис. 32 — чотирикутна піраміда $SABCD$, точка K належить ребру SB , точка N — ребру CD . Вкажіть:

- 1) пряму, по якій перетинаються площини SCD і ANS ;
- 2) площину, що проходить через прями CK і SB .

5° (1 бал). Пряма MN , яка не лежить у площині квадрата $ABCD$, паралельна стороні CD цього квадрата. Яким є взаємне розміщення прямих:

- 1) MN і AB ;
- 2) MD і BC ?

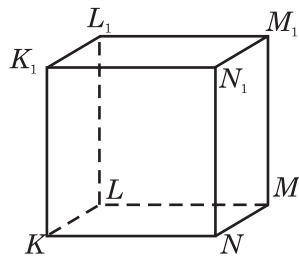


Рис. 30

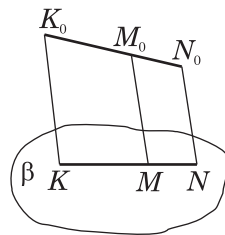


Рис. 31

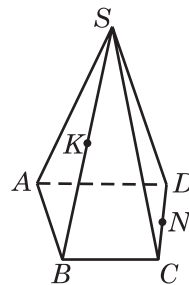


Рис. 32

6° (1 бал). Площини α і γ — паралельні. Прями c і d перетинають площину α в точках K і P , а площину γ — в точках C і D відповідно. Знайдіть міру кута KCD , якщо $\angle KPD = 120^\circ$.

7 (3 бали). Площина β паралельна стороні AC трикутника ABC та перетинає сторони BA і BC в точках A_1 і C_1 відповідно. Знайдіть довжину відрізка AB , якщо $A_1 C_1 = 1$ см; $AC = 4$ см; $AA_1 = 9$ см.

8 (3 бали). Скільки площин можна провести через точки M , N і L , якщо:

- 1) $MN = 9$ см; $ML = 70$ мм; $NL = 0,2$ дм;
- 2) $MN = 0,1$ м; $ML = 57$ мм; $NL = 8$ см?

ВАРІАНТ 4

1° (1 бал). На рис. 33 — прямокутний паралелепіпед $KLMNK_1L_1M_1N_1$. Яким є взаємне розміщення прямих:

- 1) KL і MN ;
- 2) K_1M_1 і NN_1 ;
- 3) K_1M_1 і L_1N_1 ;
- 4) KK_1 і MM_1 ?

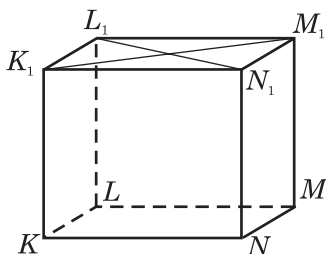


Рис. 33

2° (1 бал). $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб (рис. 34). Запишіть:

- 1) деякі дві прями, паралельні площині CDD_1 ;
- 2) деякі дві прями, які перетинають площину ABC .

3° (1 бал). Точки A_0, B_0 і C_0 лежать на одній прямій (рис. 35), точки A, B, C — паралельні проекції точок A_0, B_0, C_0 на площину α . $A_0B_0 = 14$ см; $B_0C_0 = 7$ см; $BC = 6$ см. Знайдіть AB .

4° (1 бал). На рис. 36 — трикутна піраміда $SABC$, точка M належить ребру SA , точка N — ребру BC . Вкажіть:

- 1) пряму, по якій перетинаються площини SBC і ANS ;
- 2) площину, що проходить через прями MB і AS .

5° (1 бал). Пряма KL , яка не лежить у площині паралелограма $ABCD$, паралельна стороні BC цього паралелограма. Яким є взаємне розміщення прямих:

- 1) KA і DC ;
- 2) KL і AD ?

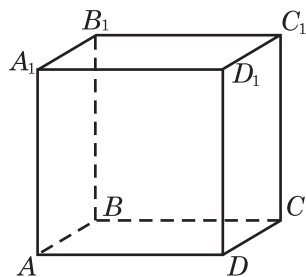


Рис. 34

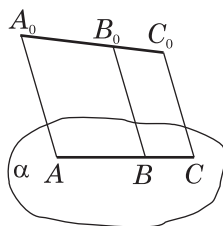


Рис. 35

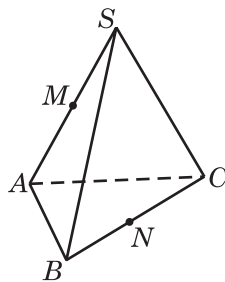


Рис. 36

6° (1 бал). Площини α і β — паралельні. Прями m і n перетинають площину α в точках A і C , а площину β — в точках B і D відповідно. Знайдіть міру кута ACD , якщо $\angle ABD = 40^\circ$.

7 (3 бали). Площина γ паралельна стороні BC трикутника ABC та перетинає сторони AB і AC в точках B_1 і C_1 відповідно. Знайдіть довжину відрізка AB , якщо $B_1C_1 = 1$ см; $BC = 3$ см; $BB_1 = 8$ см.

8 (3 бали). Скільки площин можна провести через точки A, B і C , якщо:

- 1) $AB = 50$ мм; $AC = 6$ см; $BC = 0,07$ м;
- 2) $AB = 10$ см; $AC = 0,7$ дм; $BC = 30$ мм?

**СР-3. Перпендикулярність прямих.
Перпендикулярність прямої і площини.
Теорема про три перпендикуляри**

ВАРІАНТ 1

- 1° (3 бали).** З точки M до площини α проведено перпендикуляр MA і похила MB (рис. 37). Знайдіть MB , якщо $\angle MBA = 30^\circ$; $AB = 6\sqrt{3}$ см.
- 2° (3 бали).** Прямі DA , DB і DC попарно перпендикулярні (рис. 38). Знайдіть BC , якщо $AB = 10$ см; $BD = 8$ см; $AC = 7$ см.

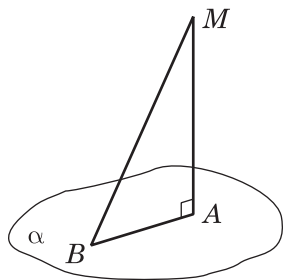


Рис. 37

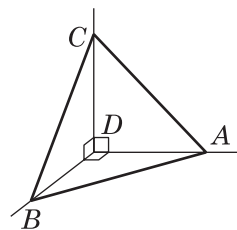


Рис. 38

- 3 (3 бали).** У $\triangle ABC$: $\angle BAC = 39^\circ$; $\angle ACB = 51^\circ$. Пряма CK перпендикулярна до площини трикутника ABC . Доведіть, що $KB \perp BA$.
- 4 (3 бали).** Прямі AC і BD перпендикулярні до площини β і перетинають її в точках A і B . Знайдіть відстань між точками C і D , якщо $CD = 12$ см; $AC = 10,5$ см; $BD = 5,5$ см. Скільки розв'язків має задача?

ВАРІАНТ 2

- 1° (3 бали).** З точки K до площини β проведено перпендикуляр KL і похила KM (рис. 39). Знайдіть KL , якщо $\angle KML = 45^\circ$ і $KM = 10\sqrt{2}$ см.
- 2° (3 бали).** Прямі CA , CB і CD попарно перпендикулярні (рис. 40). Знайдіть AD , якщо $AB = 5$ см; $AC = 3$ см; $BD = 7$ см.

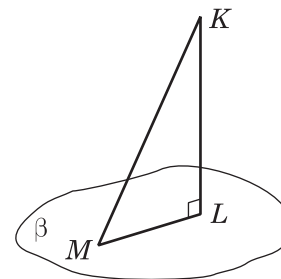


Рис. 39

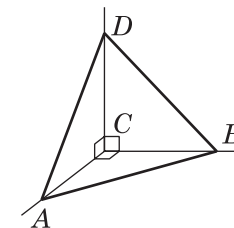


Рис. 40

- 3 (3 бали).** У трикутнику ABC : $\angle ABC = 42^\circ$; $\angle CAB = 48^\circ$. Пряма BK перпендикулярна до площини трикутника ABC . Доведіть, що $KC \perp CA$.
- 4 (3 бали).** Прямі AC і BD перпендикулярні до площини γ і перетинають її в точках A і B . Знайдіть відстань між точками C і D , якщо $AC = 12,5$ см; $BD = 3,5$ см; $AB = 12$ см. Скільки розв'язків має задача?

ВАРІАНТ 3

1° (3 бали). З точки A до площини γ проведено перпендикуляр AM і похилу AN (рис. 41). Знайдіть AN , якщо $\angle NAM = 45^\circ$; $NM = 6\sqrt{2}$ см.

2° (3 бали). Прямі BA , BC і BD попарно перпендикулярні (рис. 42). Знайдіть AD , якщо $CD = 10$ см; $BD = 6$ см; $AC = 9$ см.

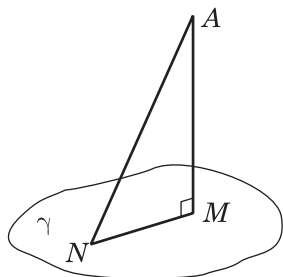


Рис. 41

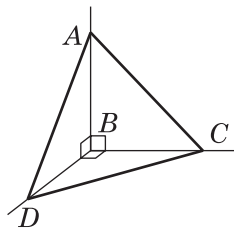


Рис. 42

3 (3 бали). У трикутнику ABC : $\angle ACB = 27^\circ$; $\angle BAC = 63^\circ$. Пряма AN перпендикулярна до площини трикутника ABC . Доведіть, що $NB \perp BC$.

4 (3 бали). Прямі AC і BD перпендикулярні до площини α і перетинають її в точках C і D . Знайдіть довжину відрізка AB , якщо $AC = 7$ см; $BD = 2$ см; $CD = 12$ см. Скільки розв'язків має задача?

ВАРІАНТ 4

1° (3 бали). З точки N до площини α проведено перпендикуляр NK і похилу NB (рис. 43). Знайдіть NK , якщо $\angle NBK = 60^\circ$; $BN = 4\sqrt{3}$ см.

2° (3 бали). Прямі AB , AC і AD попарно перпендикулярні (рис. 44). Знайдіть BC , якщо $AC = 4$ см; $CD = 5$ см; $BD = 7$ см.

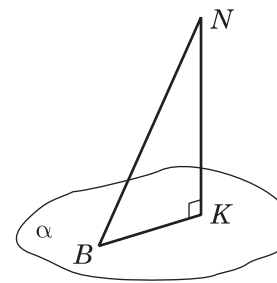


Рис. 43

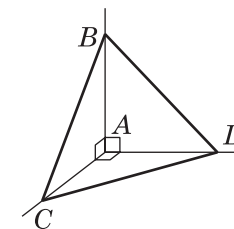


Рис. 44

3 (3 бали). У $\triangle ABC$: $\angle ABC = 21^\circ$; $\angle BAC = 69^\circ$. Пряма BL перпендикулярна до площини трикутника ABC . Доведіть, що $LC \perp CA$.

4 (3 бали). Прямі AC і BD перпендикулярні до площини β і перетинають її в точках A і B . Знайдіть довжину відрізка CD , якщо $AB = 24$ см; $AC = 1,5$ см; $BD = 8,5$ см. Скільки розв'язків має задача?

**ТКР-2. Перпендикулярність прямих.
Перпендикулярність прямої і площини.
Теорема про три перпендикуляри**

ВАРІАНТ 1

- 1° (1 бал).** Пряма AN проходить через вершину A трикутника ABC . $AN \perp AB$ і $AN \perp AC$. Як розміщена пряма AN відносно площини ABC ? Відповідь обґрунтуйте.
- 2° (1 бал).** Кожна з прямих KA і LB перпендикулярна до площини прямокутника $KLMN$. Як розміщені прямі KA і LB ? Відповідь обґрунтуйте.
- 3° (2 бали).** З точки A до площини α проведено дві похилі AM і AN та перпендикуляр AK ; $AM = 25$ см; $MK = 20$ см; $KN = 8$ см. Знайдіть AN .
- 4° (2 бали).** KA — перпендикуляр до площини квадрата $ABCD$. Доведіть, що кут KBC прямий.
- 5 (3 бали).** Відрізок AB , який дорівнює 13 см, не має спільних точок із площиною γ . Прямі AC і BD перпендикулярні до площини γ і перетинають її в точках C і D . Знайдіть CD , якщо $AC = 7$ см; $BD = 2$ см.
- 6 (3 бали).** Сторони трикутника дорівнюють 4 см, 15 см і 13 см. Через вершину найбільшого кута до площини трикутника проведено перпендикуляр і з його кінця, що не належить трикутнику, проведено перпендикуляр завдовжки 4 см до протилежної цьому куту сторони. Знайдіть довжину перпендикуляра, проведеного до площини трикутника.

ВАРІАНТ 2

- 1° (1 бал).** Пряма KA проходить через вершину K чотирикутника $KLMN$. $KA \perp KL$, $KA \perp KN$. Як розміщена пряма KA відносно площини $KLMN$? Відповідь обґрунтуйте.
- 2° (1 бал).** Кожна з прямих AN і BM перпендикулярна до площини трикутника ABC . Як розміщені прямі AN і BM ? Відповідь обґрунтуйте.
- 3° (2 бали).** З точки B до площини β опущено дві похилі BM і BN та перпендикуляр BK . Знайдіть MK , якщо $BN = 20$ см; $KN = 16$ см; $BM = 15$ см.
- 4° (2 бали).** KB — перпендикуляр до площини прямокутника $KLMN$. Доведіть, що кут BNM прямий.
- 5 (3 бали).** Відрізок AB не має спільних точок із площиною α . Прямі AM і BN перпендикулярні до площини α і перетинають її в точках M і N . Знайдіть AB , якщо $MN = 6$ см; $AM = 3$ см; $BN = 11$ см.
- 6 (3 бали).** Сторони трикутника дорівнюють 6 см, 8 см і 10 см. Через вершину найбільшого кута до площини трикутника проведено перпендикуляр завдовжки 6,4 см. З кінця цього перпендикуляра, що не належить трикутнику, проведено перпендикуляр до протилежної сторони. Знайдіть його довжину.

ВАРІАНТ 3

- 1° (1 бал).** Пряма KB проходить через вершину K трикутника KML . $KB \perp KM$, $KB \perp KL$. Як розміщена пряма KB відносно площини KML ? Відповідь обґрунтуйте.
- 2° (1 бал).** Прямі AM і BN — паралельні. Пряма AM перпендикулярна до площини квадрата $ABCD$. Як розміщена пряма BN відносно площини $ABCD$? Відповідь обґрунтуйте.
- 3° (2 бали).** З точки A до площини α проведено дві похилі AK і AL та перпендикуляр AM ; $AL = 17$ см; $ML = 8$ см; $KM = 20$ см. Знайдіть AK .
- 4° (2 бали).** CL — перпендикуляр до площини квадрата $ABCD$. Доведіть, що кут LDA прямий.
- 5 (3 бали).** Відрізок AB , який дорівнює 17 см, не має спільних точок із площиною β . Прямі AK і BL перпендикулярні до площини β і перетинають її в точках K і L . Знайдіть KL , якщо $AK = 12$ см; $BL = 4$ см.
- 6 (3 бали).** Сторони трикутника дорівнюють 13 см, 14 см і 15 см. Через вершину середнього за величиною кута трикутника до його площини проведено перпендикуляр із його кінця, що не належить трикутнику, проведено перпендикуляр завдовжки 20 см до протилежної цьому куту сторони. Знайдіть довжину перпендикуляра, проведеного до площини трикутника.

ВАРІАНТ 4

- 1° (1 бал).** Пряма AN проходить через вершину A чотирикутника $ABCD$. $AN \perp AB$, $AN \perp AD$. Як розміщена пряма AN відносно площини $ABCD$? Відповідь обґрунтуйте.
- 2° (1 бал).** Прямі KC і LD — паралельні. Пряма KC перпендикулярна до площини трикутника KLM . Як розміщена пряма LD відносно площини KLM ? Відповідь обґрунтуйте.
- 3° (2 бали).** З точки B до площини β проведено дві похилі BK і BL та перпендикуляр BM ; $BK = 20$ см; $KM = 16$ см; $ML = 9$ см. Знайдіть BL .
- 4° (2 бали).** BT — перпендикуляр до площини квадрата $TMKF$. Доведіть, що кут BFK прямий.
- 5 (3 бали).** Відрізок MN не має спільних точок із площиною α . Прямі MA і MB перпендикулярні до площини α і перетинають її в точках A і B . Знайдіть MN , якщо $AB = 12$ см; $AM = 10$ см; $BN = 12$ см.
- 6 (3 бали).** Сторони трикутника дорівнюють 17 см, 25 см і 26 см. Через вершину найменшого кута до площини трикутника проведено перпендикуляр завдовжки 7 см. З кінця цього перпендикуляра, що не належить трикутнику, проведено перпендикуляр до протилежної сторони трикутника. Знайдіть його довжину.

СР-4. Перпендикулярність площин. Двогранний кут. Вимірювання відстаней і кутів у просторі

ВАРІАНТ 1

1° (3 бали). Пряма a паралельна площині β (рис. 45). З деякої точки M прямої a до площини β проведено похилу MK завдовжки 13 см, проекція якої KN дорівнює 12 см. Знайдіть відстань від прямої a до площини β .

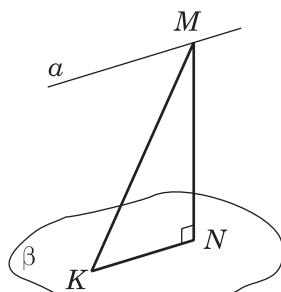


Рис. 45

2° (3 бали). З точки до площини проведено похилу завдовжки 8 см. Знайдіть кут, який утворює похила із площиною, якщо проекція похилої дорівнює $4\sqrt{3}$ см.

3 (3 бали). Площини α і γ — перпендикулярні. Точка B віддалена від площини α на 8 см, а від площини γ — на 15 см. Знайдіть відстань від точки B до лінії перетину площин.

4 (3 бали). Кінці двох відрізків, довжини яких відносяться, як 3 : 4, належать двом паралельним площинам, а проекції цих відрізків на одну із площин дорівнюють 9 см і 16 см. Знайдіть відстань між площинами.

ВАРІАНТ 2

1° (3 бали). Пряма c паралельна площині α та знаходиться на відстані 24 см від цієї площини (рис. 46). З деякої точки A прямої c до площини α проведено похилу AM , проекція якої MN дорівнює 7 см. Знайдіть довжину похилої.

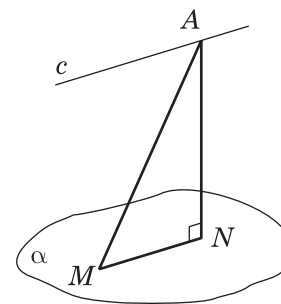


Рис. 46

2° (3 бали). З точки до площини проведено перпендикуляр завдовжки 6 см. Знайдіть кут, який утворює похила із площиною, якщо перпендикуляр, проведений із точки до площини, дорівнює $3\sqrt{2}$ см.

3 (3 бали). Площини β і γ — перпендикулярні. Точка K віддалена від площини β на 5 см, а від лінії перетину площин — на 13 см. Знайдіть відстань від точки K до площини γ .

4 (3 бали). Кінці двох відрізків, довжини яких 25 см і 17 см, належать двом паралельним площинам, а проекції цих відрізків на одну із площин відносяться, як 5 : 2. Знайдіть відстань між площинами.

ВАРІАНТ 3

1° (3 бали). Пряма b паралельна площині γ (рис. 47). З деякої точки A прямої b до площини γ проведено похилу довжиною 13 см, проекція якої KN дорівнює 12 см. Знайдіть відстань від прямої b до площини γ .

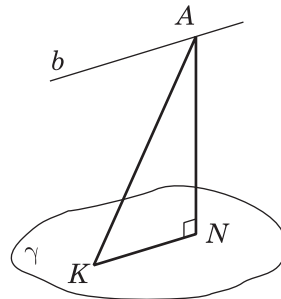


Рис. 47

2° (3 бали). З точки до площини проведено похилу завдовжки 10 см. Знайдіть кут, який утворює похила із площиною, якщо перпендикуляр, проведений із точки до площини, дорівнює $5\sqrt{3}$ см.

3 (3 бали). Площини α і β — перпендикулярні. Точка M віддалена від цих площин на 7 см і 24 см. Знайдіть відстань від точки M до лінії перетину площин.

4 (3 бали). Кінці двох відрізків, довжини яких 10 см і 17 см, належать двом паралельним площинам, а проекції цих відрізків на одну із площин відносяться, як 2 : 5. Знайдіть відстань між площинами.

ВАРІАНТ 4

1° (3 бали). Пряма m паралельна площині β та знаходиться на відстані 12 см від цієї площини (рис. 48). З деякої точки A прямої m до площини β проведено похилу, проекція якої KN дорівнює 5 см. Знайдіть довжину похилої.

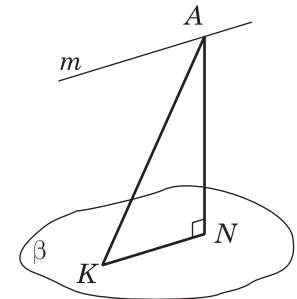


Рис. 48

2° (3 бали). З точки до площини проведено похилу завдовжки 8 см. Знайдіть кут, який утворює похила із площиною, якщо проекція похилої дорівнює $4\sqrt{2}$ см.

3 (3 бали). Площини α і γ — перпендикулярні. Точка D віддалена від площини γ на 6 см, а від лінії перетину площин — на 10 см. Знайдіть відстань від точки D до площини α .

4 (3 бали). Кінці двох відрізків, довжини яких відносяться, як 6 : 5, належать двом паралельним площинам, а проекції цих відрізків на одну із площин дорівнюють 18 см і 7 см. Знайдіть відстань між площинами.

ТКР-3. Перпендикулярність площин. Двогранний кут. Вимірювання відстаней і кутів у просторі

ВАРІАНТ 1

- 1° (1 бал).** $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямокутний паралелепіпед, у якому $AB = a$; $AA_1 = m$; $AD = n$ (рис. 49). Чому дорівнює відстань:
- від прямої CC_1 до площини $AA_1 B_1$;
 - між площинами ABC і $A_1 B_1 C_1$?

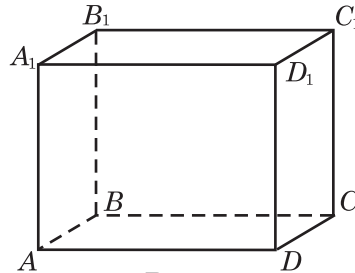


Рис. 49

- 2° (1 бал).** Похила утворює із площиною кут 45° . Знайдіть довжину похилої, якщо її проекція на площину дорівнює $8\sqrt{2}$ см.
- 3° (1 бал).** Двогранний кут дорівнює 60° . На одній із граней дано точку, яка знаходиться на відстані $6\sqrt{3}$ см від ребра двогранного кута. На якій відстані ця точка знаходиться від другої грані двогранного кута?
- 4° (1 бал).** Кінці відрізка AB , що не перетинає площину α , знаходяться на відстанях 8 см і 14 см від цієї площини. На якій відстані від площини знаходиться середина відрізка AB ?
- 5° (2 бали).** Пряма AN перпендикулярна до прямих AB і AC , що містять сторони трикутника ABC . Знайдіть кут між прямими AN і BC .
- 6 (3 бали).** Точка віддалена від кожної з прямих, що містять сторони квадрата, на 17 см, а від площини квадрата — на 15 см. Знайдіть площу квадрата.
- 7 (3 бали).** Два рівнобедрені трикутники мають спільну основу завдовжки 2 дм. Кут між площинами трикутників дорівнює 60° , а їхні площі дорівнюють 3 дм^2 і 8 дм^2 . Знайдіть відстань між вершинами трикутників. Скільки розв'язків має задача?

ВАРІАНТ 2

- 1° (1 бал).** $KLMNK_1 L_1 M_1 N_1$ — прямокутний паралелепіпед, у якому $KL = c$; $KK_1 = d$; $KN = b$ (рис. 50). Чому дорівнює відстань:
- від прямої LM до площини $KK_1 N$;
 - між площинами KLM і $K_1 L_1 M_1$?

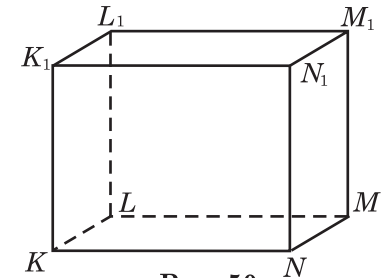


Рис. 50

- 2° (1 бал).** Похила утворює із площиною кут 30° . Знайдіть довжину похилої, якщо її проекція на площину дорівнює $6\sqrt{3}$ см.
- 3° (1 бал).** Двогранний кут дорівнює 45° . На одній із граней дано точку, що знаходиться на відстані $8\sqrt{2}$ см від іншої грані. Знайдіть відстань від цієї точки до ребра двогранного кута.
- 4° (1 бал).** Один із кінців даного відрізка лежить у площині β , а його середина знаходиться на відстані 5 см від площини. На якій відстані від площини знаходиться інший кінець відрізка?
- 5° (2 бали).** Пряма BL перпендикулярна до прямих BA і BC , що містять сторони ромба $ABCD$. Знайдіть кут між прямими BL і AD .
- 6 (3 бали).** Точка віддалена від кожної з прямих, що містять сторони квадрата, на 5 см. Знайдіть відстань від точки до площини квадрата, якщо його площа дорівнює 36 см^2 .
- 7 (3 бали).** Два рівнобедрені трикутники мають спільну основу завдовжки 8 см. Кут між площинами трикутників дорівнює 60° , а їхні площі дорівнюють 12 см^2 і 20 см^2 . Знайдіть відстань між вершинами трикутників. Скільки розв'язків має задача?

ВАРІАНТ 3

1° (1 бал). $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямокутний паралелепіпед, у якому $DA = a$; $DC = b$; $DD_1 = d$ (рис. 51). Чому дорівнює відстань:

- 1) від прямої CD до площини $AA_1 B_1$;
- 2) між площинами $AA_1 D_1$ і $BB_1 C_1$?

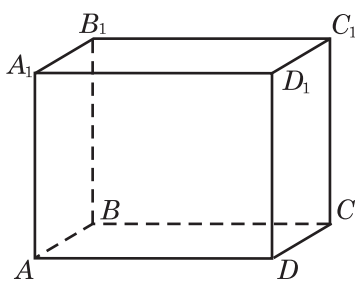


Рис. 51

2° (1 бал). З точки A до площини α проведено похилу завдовжки $8\sqrt{3}$ см та перпендикуляр. Похила утворює з площиною кут 60° . Знайдіть довжину перпендикуляра.

3° (1 бал). Двогранний кут дорівнює 45° . На одній із граней дано точку, що знаходиться на відстані $6\sqrt{2}$ см від ребра двогранного кута. На якій відстані ця точка знаходиться від другої грані двогранного кута?

4° (1 бал). Один із кінців відрізка лежить у площині β , а інший знаходиться на відстані 18 см від цієї площини. На якій відстані від площини знаходиться середина цього відрізка?

5° (2 бали). Пряма CT перпендикулярна до прямих CA і CB , що містять сторони трикутника ABC . Знайдіть кут між прямими CT і AB .

6 (3 бали). Точка віддалена від кожної з прямих, що містять сторони квадрата, на 10 см, а від площини квадрата — на 6 см. Знайдіть площу квадрата.

7 (3 бали). Два рівнобедрені трикутники мають спільну основу завдовжки 4 см. Кут між площинами трикутників дорівнює 60° , а їхні площі дорівнюють 10 см^2 і 16 см^2 . Знайдіть відстань між вершинами трикутників. Скільки розв'язків має задача?

ВАРІАНТ 4

1° (1 бал). $KLMN K_1 L_1 M_1 N_1$ — прямокутний паралелепіпед, у якому $LK = a$; $LL_1 = b$; $LM = c$ (рис. 52). Чому дорівнює відстань:

- 1) від прямої LM до площини $KK_1 N_1$;
- 2) між площинами $KK_1 L$ і $NN_1 M$?

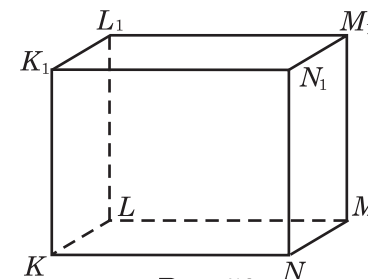


Рис. 52

2° (1 бал). З точки B до площини β проведено похилу і перпендикуляр завдовжки $10\sqrt{3}$ см. Знайдіть довжину похилої, якщо вона утворює кут 45° із площиною.

3° (1 бал). Двогранний кут дорівнює 30° . На одній із граней дано точку, що знаходиться на відстані 6 см від іншої грані. Знайдіть відстань від цієї точки до ребра двогранного кута.

4° (1 бал). Кінці відрізка MN , що не перетинає площину α , знаходяться на відстанях 7 см і 11 см від цієї площини. На якій відстані від площини знаходиться середина відрізка MN ?

5° (2 бали). Пряма DK перпендикулярна до прямих DA і DC , що містять сторони паралелограма $ABCD$. Знайдіть кут між прямими DK і BC .

6 (3 бали). Точка рівновіддалена від кожної з прямих, що містять сторони квадрата, площа якого дорівнює 64 см^2 . Відстань від точки до площини квадрата дорівнює 3 см. Знайдіть відстань від точки до прямих, що містять сторони квадрата.

7 (3 бали). Два рівнобедрені трикутники мають спільну основу завдовжки 4 см. Кут між площинами трикутників дорівнює 60° , а їхні площі дорівнюють 16 см^2 і 30 см^2 . Знайдіть відстань між вершинами трикутників. Скільки розв'язків має задача?

СР-5. Прямокутні координати у просторі. Вектори у просторі. Операції над векторами

ВАРІАНТ 1

- 1° (3 бали).** Які із запропонованих точок $A(-1; 2; 0)$; $B(1; 0; 5)$; $C(0; 0; 7)$; $D(0; 6; 8)$ належать осі аплікату, а які — площині xz ?
- 2° (3 бали).** Дано точки $K(-2; 0; 7)$; $L(x; 4; -1)$; $M(2; y; -5)$; $N(7; -1; z)$. Знайдіть x, y і z , якщо $\overrightarrow{KL} = \overrightarrow{MN}$.
- 3 (3 бали).** На осі абсцис знайдіть точку, рівновіддалену від точок $A(1; 3; -1)$ і $B(0; 2; 5)$.
- 4 (3 бали).** Вектори \vec{a} , \vec{b} і \vec{c} — попарно перпендикулярні; $|\vec{a}| = 3$; $|\vec{b}| = 2$; $|\vec{c}| = 6$. Знайдіть модуль вектора $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

ВАРІАНТ 2

- 1° (3 бали).** Які із запропонованих точок $M(-2; 0; 5)$; $N(-2; 0; 0)$; $K(0; -5; 11)$; $L(-1; 1; 0)$ належать осі абсцис, а які — площині yz ?
- 2° (3 бали).** Дано точки $A(x; -2; 0)$; $B(4; y; -1)$; $C(2; -3; z)$; $D(-1; 2; 3)$. Знайдіть x, y і z , якщо $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
- 3 (3 бали).** На осі ординат знайдіть точку, рівновіддалену від точок $C(3; 0; 1)$ і $D(-2; 1; 5)$.
- 4 (3 бали).** Вектори \vec{a} , \vec{b} і \vec{c} — попарно перпендикулярні; $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2$; $|\vec{c}| = 1$. Знайдіть модуль вектора $\vec{m} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

ВАРІАНТ 3

- 1° (3 бали).** Які із запропонованих точок $A(0; -11; 0)$; $B(4; -4; 0)$; $C(3; 0; -1)$; $D(0; -2; 7)$ належать осі ординат, а які — площині xz ?
- 2° (3 бали).** Дано точки $M(-2; y; 7)$; $N(x; -2; 0)$; $K(4; 1; z)$; $L(-1; 2; 1)$. Знайдіть x, y і z , якщо $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{KL}$.
- 3 (3 бали).** На осі аплікату знайдіть точку, рівновіддалену від точок $T(1; -5; 0)$ і $F(3; -2; 1)$.
- 4 (3 бали).** Вектори \vec{a} , \vec{b} і \vec{c} — попарно перпендикулярні; $|\vec{a}| = 2$; $|\vec{b}| = 9$; $|\vec{c}| = 6$. Знайдіть модуль вектора $\vec{n} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

ВАРІАНТ 4

- 1° (3 бали).** Які із запропонованих точок $T(-1; 0; 5)$; $K(4; -1; 0)$; $L(0; 2; -3)$; $F(0; 0; -8)$ належать осі аплікату, а які — площині xz ?
- 2° (3 бали).** Дано точки $A(x; -2; 3)$; $B(4; 0; -5)$; $C(4; y; 7)$; $D(-1; 2; z)$. Знайдіть x, y і z , якщо $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
- 3 (3 бали).** На осі ординат знайдіть точку, рівновіддалену від точок $M(5; 0; -1)$ і $N(2; 1; -3)$.
- 4 (3 бали).** Вектори \vec{a} , \vec{b} і \vec{c} — попарно перпендикулярні; $|\vec{a}| = 3$; $|\vec{b}| = 12$; $|\vec{c}| = 4$. Знайдіть модуль вектора $\vec{k} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

СР-8. Скалярний добуток векторів. Симетрія відносно початку координат та координатних площин

ВАРІАНТ 1

- 1° (3 бали).** Вкажіть координати точки, симетричної точці $M(-2; 3; -1)$ відносно початку координат.
- 2° (3 бали).** Дано вектори $\vec{a}(x; 1; -3)$ і $\vec{b}(2; 5; -1)$. При якому значенні x :
- 1) справджується рівність $\vec{a} \cdot \vec{b} = -18$;
 - 2) $\vec{a} \perp \vec{b}$?
- 3 (3 бали).** Дано точки $M(-2; 3; 7)$ і $N(4; -11; -1)$. Знайдіть координати точки, симетричної середині відрізка MN відносно площини xz .
- 4 (3 бали).** Знайдіть скалярний добуток $\vec{c} \vec{d}$, якщо $|\vec{c}| = 4$; $|\vec{d}| = 3$; $|\vec{c} - \vec{d}| = 6$.

ВАРІАНТ 2

- 1° (3 бали).** Вкажіть координати точки, симетричної точці $P(4; -7; 1)$ відносно початку координат.
- 2° (3 бали).** Дано вектори $\vec{c}(1; y; -7)$ і $\vec{d}(5; 2; -1)$. При якому значенні y :
- 1) справджується рівність $\vec{c} \cdot \vec{d} = -12$;
 - 2) $\vec{c} \perp \vec{d}$?
- 3 (3 бали).** Дано точки $K(4; -1; 7)$ і $M(8; 3; -5)$. Знайдіть координати точки, симетричної середині відрізка KM відносно площини xu .
- 4 (3 бали).** Знайдіть скалярний добуток $\vec{a} \vec{b}$, якщо $|\vec{a}| = 4$; $|\vec{b}| = 3$; $|\vec{a} + \vec{b}| = 3$.

ВАРІАНТ 3

- 1° (3 бали).** Вкажіть координати точки, симетричної точці $K(-2; 3; -1)$ відносно початку координат.
- 2° (3 бали).** Дано вектори $\vec{a}(1; -3; z)$ і $\vec{b}(9; 1; 2)$. При якому значенні z :
- 1) справджується рівність $\vec{a} \cdot \vec{b} = 10$;
 - 2) $\vec{a} \perp \vec{b}$?
- 3 (3 бали).** Дано точки $A(-4; 2; 9)$ і $C(6; -10; 1)$. Знайдіть координати точки, симетричної середині відрізка AC відносно площини yz .
- 4 (3 бали).** Знайдіть скалярний добуток $\vec{c} \vec{d}$, якщо $|\vec{c}| = 2$; $|\vec{d}| = 5$; $|\vec{c} + \vec{d}| = 6$.

ВАРІАНТ 4

- 1° (3 бали).** Вкажіть координати точки, симетричної точці $A(-2; 1; 9)$ відносно початку координат.
- 2° (3 бали).** Дано вектори $\vec{c}(x; -7; 1)$ і $\vec{d}(2; 1; 11)$. При якому значенні x :
- 1) справджується рівність $\vec{c} \cdot \vec{d} = 16$;
 - 2) $\vec{c} \perp \vec{d}$?
- 3 (3 бали).** Дано точки $M(4; -6; 10)$ і $N(2; 4; -6)$. Знайдіть координати точки, симетричної середині відрізка MN відносно площини xz .
- 4 (3 бали).** Знайдіть скалярний добуток $\vec{a} \vec{b}$, якщо $|\vec{a}| = 4$; $|\vec{b}| = 3$; $|\vec{a} - \vec{b}| = 2$.

ТКР-4. Координати і вектори у просторі

ВАРІАНТ 1

- 1° (1 бал).** Знайдіть довжину відрізка MN , якщо $M(3; -2; 1)$; $N(4; 0; -1)$.
- 2° (1 бал).** Накресліть вектори \overrightarrow{AK} і \overrightarrow{AL} , їхні суму та різницю.
- 3° (1 бал).** Знайдіть скалярний добуток векторів $\vec{a}(5; -1; 3)$ і $\vec{b}(1; 0; -2)$.
- 4° (1 бал).** Точка K — середина відрізка AB . Знайдіть координати точки A , якщо $K(-1; 3; -2)$; $B(3; -1; 5)$.
- 5° (1 бал).** Задано вектори $\vec{m}(-6; 0; 8)$ і $\vec{n}(0; -1; 2)$. Знайдіть координати вектора:
1) $\frac{1}{2}\vec{m} + \vec{n}$; 2) $\vec{m} - 3\vec{n}$.
- 6° (1 бал).** Запишіть координати точок, симетричних точці $B(0; -3; 2)$ відносно площини:
1) xz ; 2) xy .
- 7 (2 бали).** Знайдіть на осі x точки, що віддалені від точки $A(5; -3; 2)$ на відстань 7.
- 8 (2 бали).** Знайдіть координати четвертої вершини паралелограма $ABCD$, якщо дано координати трьох вершин $A(0; 3; -2)$; $B(-2; 3; 5)$; $C(4; -3; -6)$.
- 9 (2 бали).** Дано $|\vec{a}| = 3$; $|\vec{b}| = 5$; кут між векторами \vec{a} і \vec{b} дорівнює 60° . Знайдіть $|\vec{a} + \vec{b}|$.

ВАРІАНТ 2

- 1° (1 бал).** Знайдіть довжину відрізка AB , якщо $A(4; -1; 2)$; $B(2; 2; 8)$.
- 2° (1 бал).** Накресліть вектори \overrightarrow{AC} і \overrightarrow{AD} , їхні суму та різницю.
- 3° (1 бал).** Знайдіть скалярний добуток векторів $\vec{m}(0; -3; 1)$ і $\vec{n}(5; 1; -4)$.
- 4° (1 бал).** Точка A — середина відрізка MN . Знайдіть координати точки M , якщо $A(-3; 1; 7)$; $N(5; -3; 1)$.
- 5° (1 бал).** Задано вектори $\vec{a}(9; 0; -6)$ і $\vec{b}(0; 1; -2)$. Знайдіть координати вектора:
1) $\frac{1}{3}\vec{a} - \vec{b}$; 2) $\vec{a} + 2\vec{b}$.
- 6° (1 бал).** Запишіть координати точок, симетричних точці $A(1; 0; -4)$ відносно площини:
1) xz ; 2) xy .
- 7 (2 бали).** Знайдіть на осі y точки, що віддалені від точки $B(4; 1; -3)$ на відстань 13.
- 8 (2 бали).** Знайдіть координати четвертої вершини паралелограма $ABCD$, якщо дано координати трьох вершин $A(3; 4; -1)$; $C(-3; 6; 5)$; $D(-2; 3; 7)$.
- 9 (2 бали).** Дано $|\vec{p}| = 7$; $|\vec{l}| = 8$; кут між векторами \vec{p} і \vec{l} дорівнює 120° . Знайдіть $|\vec{p} - \vec{l}|$.

ВАРІАНТ 3

- 1° (1 бал).** Знайдіть довжину відрізка KL , якщо $K(1; 1; 2)$; $L(-2; 3; 14)$.
- 2° (1 бал).** Накресліть вектори \overrightarrow{MA} і \overrightarrow{MB} , їхні суму та різницю.
- 3° (1 бал).** Знайдіть скалярний добуток векторів $\vec{m}(-4; 1; 0)$ і $\vec{k}(1; -3; 4)$.
- 4° (1 бал).** Точка B — середина відрізка MN . Знайдіть координати точки N , якщо $B(-3; 4; 9)$; $M(1; -2; 5)$.
- 5° (1 бал).** Задано вектори $\vec{a}(0; 1; -3)$ і $\vec{b}(-4; 8; 0)$. Знайдіть координати вектора:
1) $\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$; 2) $3\vec{a} + \vec{b}$.
- 6° (1 бал).** Запишіть координати точок, симетричних точці $D(0; 7; -2)$ відносно площини:
1) yz ; 2) xz .
- 7 (2 бали).** Знайдіть на осі z точки, що віддалені від точки $C(2; -3; -1)$ на відстань 7.
- 8 (2 бали).** Знайдіть координати четвертої вершини паралелограма $ABCD$, якщо дано координати трьох вершин $A(6; -1; 9)$; $B(4; -2; 7)$; $C(8; 1; -3)$.
- 9 (2 бали).** Дано $|\vec{m}| = 3$; $|\vec{n}| = 8$; кут між векторами \vec{m} і \vec{n} дорівнює 120° . Знайдіть $|\vec{m} + \vec{n}|$.

ВАРІАНТ 4

- 1° (1 бал).** Знайдіть довжину відрізка AB , якщо $A(-1; 2; 5)$; $B(-2; 0; 7)$.
- 2° (1 бал).** Накресліть вектори \overrightarrow{KC} і \overrightarrow{KD} , їхні суму та різницю.
- 3° (1 бал).** Знайдіть скалярний добуток векторів $\vec{m}(-3; 2; 0)$ і $\vec{n}(1; -3; 2)$.
- 4° (1 бал).** Точка L — середина відрізка CD . Знайдіть координати точки C , якщо $L(-3; 1; 4)$; $D(5; -3; 2)$.
- 5° (1 бал).** Задано вектори $\vec{c}(-1; 3; 0)$ і $\vec{d}(-6; -1; 9)$. Знайдіть координати вектора:
1) $\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}$; 2) $2\vec{c} - \vec{d}$.
- 6° (1 бал).** Запишіть координати точок, симетричних точці $C(2; -3; 0)$ відносно площини:
1) yz ; 2) xy .
- 7 (2 бали).** Знайдіть на осі x точки, що віддалені від точки $K(1; -3; 4)$ на відстань 13.
- 8 (2 бали).** Знайдіть координати четвертої вершини паралелограма $ABCD$, якщо дано координати трьох вершин $B(-3; 1; -7)$; $C(2; -3; 5)$; $D(3; 5; 1)$.
- 9 (2 бали).** Дано $|\vec{a}| = 5$; $|\vec{b}| = 8$; кут між векторами \vec{a} і \vec{b} дорівнює 60° . Знайдіть $|\vec{a} - \vec{b}|$.

ТКР-5. Підсумкова контрольна робота з геометрії

ВАРІАНТ 1

1° (1 бал). Пряма m належить площині α , а пряма n перетинає площину α в точці, що не належить прямій m . Як розміщені прямі m і n ?

2° (1 бал). Точка K не належить площині γ . Скільки можна провести прямих, які проходять через точку K і є паралельними площині γ ?

3° (1 бал). Лінійний кут двогранного кута дорівнює третій частині розгорнутого кута. Чому дорівнює двогранний кут?

4° (1 бал). $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб (рис. 53).

Вкажіть:

1) пряму перетину площин ABD і $BB_1 C_1$;

2) площину, яка проходить через прямі BN і AA_1 .

5° (2 бали). Дано: $\vec{a}(2; 1; -4)$; $\vec{b}(3; 0; -4)$.

Знайдіть:

1) координати вектора

$$\vec{n} = 3\vec{a} - 2\vec{b};$$

2) $|\vec{n}|$.

6 (3 бали). Трикутник ABC і прямокутник $ABMN$ мають спільну сторону AB і лежать у різних площинах. Через сторону MN і точку K — середину відрізка AC — проведено площину, яка перетинає BC в точці L .

1) Доведіть, що прямі AB і KL паралельні.

2) Знайдіть KL , якщо $AB = 8$ см.

3) Визначте вид чотирикутника $NKLM$.

7 (3 бали). Через вершину D прямокутника $ABCD$ проведено пряму DK , перпендикулярну до його площини. $KA = 12$ см; $KB = 14$ см; $KC = 10$ см. Знайдіть:

1) KD ;

2) площу прямокутника $ABCD$.

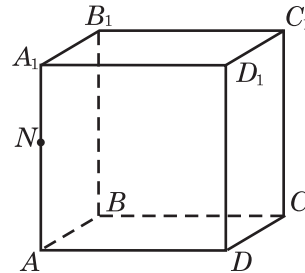


Рис. 53

ВАРІАНТ 2

1° (1 бал). Пряма a належить площині γ , а пряма b паралельна площині γ , але не паралельна прямій a . Як розміщені прямі a і b ?

2° (1 бал). Точка L належить площині β . Скільки можна провести прямих, які проходять через точку L перпендикулярно до площини β ?

3° (1 бал). Двогранний кут дорівнює шостій частині розгорнутого кута. Чому дорівнює лінійний кут цього двогранного кута?

4° (1 бал). $ABCD$ — трикутна піраміда (рис. 54). Вкажіть:

1) пряму перетину площин ABM і CBD ;

2) площину, яка проходить через прямі DM і AC .

5° (2 бали). Дано: $\vec{m}(3; -2; -6)$; $\vec{n}(2; 0; -3)$. Знайдіть:

1) координати вектора

$$\vec{a} = 2\vec{m} - 3\vec{n};$$

2) $|\vec{a}|$.

6 (3 бали). Трикутник KAB і паралелограм $ABCD$ мають спільну сторону AB і лежать у різних площинах. Через сторону CD і точку M — середину відрізка AK — проведено площину, яка перетинає KB у точці N .

1) Доведіть, що прямі MN і AB паралельні.

2) Знайдіть AB , якщо $MN = 4$ см.

3) Визначте вид чотирикутника $MNCD$.

7 (3 бали). Через вершину B прямокутника $ABCD$ проведено пряму BM , перпендикулярну до його площини. $MA = 4$ см; $MD = 4,8$ см; $MC = 3$ см. Знайдіть:

1) MB ;

2) площу прямокутника $ABCD$.

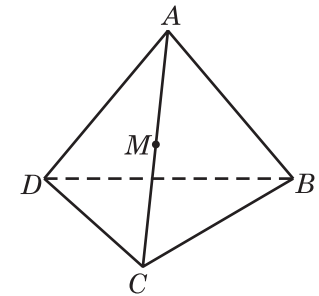


Рис. 54

ВАРІАНТ 3

1° (1 бал). Пряма b перетинає площину γ в точці M . Пряма d належить площині γ , але не проходить через точку M . Як розміщені прямі b і d ?

2° (1 бал). Точка N не належить площині β . Скільки можна провести площин, перпендикулярних до площини β , що проходять через точку N ?

3° (1 бал). Лінійний кут двогранного кута дорівнює половині розгорнутого кута. Чому дорівнює двогранний кут?

4° (1 бал). $KABC$ — трикутна піраміда (рис. 55). Вкажіть:
1) пряму перетину площин KFB і ABC ;
2) площину, яка проходить через прямі AF і KC .

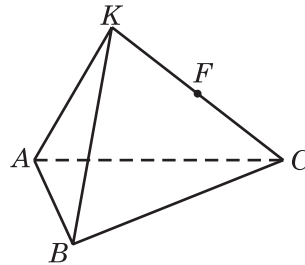


Рис. 55

5° (2 бали). Дано: $\vec{a}(3; 0; -3)$; $\vec{b}(4; -4; -1)$. Знайдіть:

1) координати вектора

$$\vec{m} = 4\vec{a} - 3\vec{b};$$

2) $|\vec{m}|$.

6 (3 бали). Трикутник DCK і квадрат $ABCD$ мають спільну сторону CD і лежать у різних площинах. Через сторону AB і точку M — середину відрізка DK — проведено площину, яка перетинає BC в точці N .

1) Доведіть, що прямі DC і MN паралельні.

2) Знайдіть DC , якщо $MN = 2$ см.

3) Визначте вид чотирикутника $ABNM$.

7 (3 бали). Через вершину D прямокутника $ABCD$ проведено пряму AL , перпендикулярну до його площини. $LD = 5$ см; $LC = 7$ см; $LB = 6$ см. Знайдіть:

1) AL ;

2) площу прямокутника $ABCD$.

ВАРІАНТ 4

1° (1 бал). Пряма s паралельна площині β , а пряма a належить площині β , але не паралельна прямій s . Як розміщені прямі s і a ?

2° (1 бал). Точка F належить площині α . Скільки можна провести площин, перпендикулярних до площини α , що проходять через точку F ?

3° (1 бал). Двогранний кут дорівнює половині третьої частини прямого кута. Чому дорівнює лінійний кут цього двогранного кута?

4° (1 бал). $KLMNK_1L_1M_1N_1$ — прямокутний паралелепіпед (рис. 56). Вкажіть:

1) пряму перетину площин KLN і K_1L_1L ;

2) площину, яка проходить через прямі AM і NN_1 .

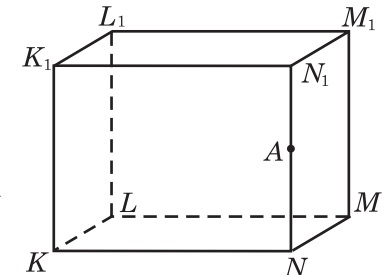


Рис. 56

5° (2 бали). Дано: $\vec{m}(4; 4; -1)$;
 $\vec{n}(3; 0; -3)$. Знайдіть:

1) координати вектора $\vec{b} = 3\vec{m} - 4\vec{n}$;

2) $|\vec{b}|$.

6 (3 бали). Трикутник BCM і ромб $ABCD$ мають спільну сторону BC і лежать у різних площинах. Через сторону AD і точку K — середину відрізка BM — проведено площину, яка перетинає MC в точці L .

1) Доведіть, що прямі BC і KL паралельні.

2) Знайдіть KL , якщо $BC = 14$ см.

3) Визначте вид чотирикутника $AKLD$.

7 (3 бали). Через вершину C прямокутника $ABCD$ проведено пряму CN , перпендикулярну до його площини. $NB = 15$ см, $NA = 24$ см, $ND = 20$ см. Знайдіть:

1) NC ;

2) площу прямокутника $ABCD$.

ЗМІСТ

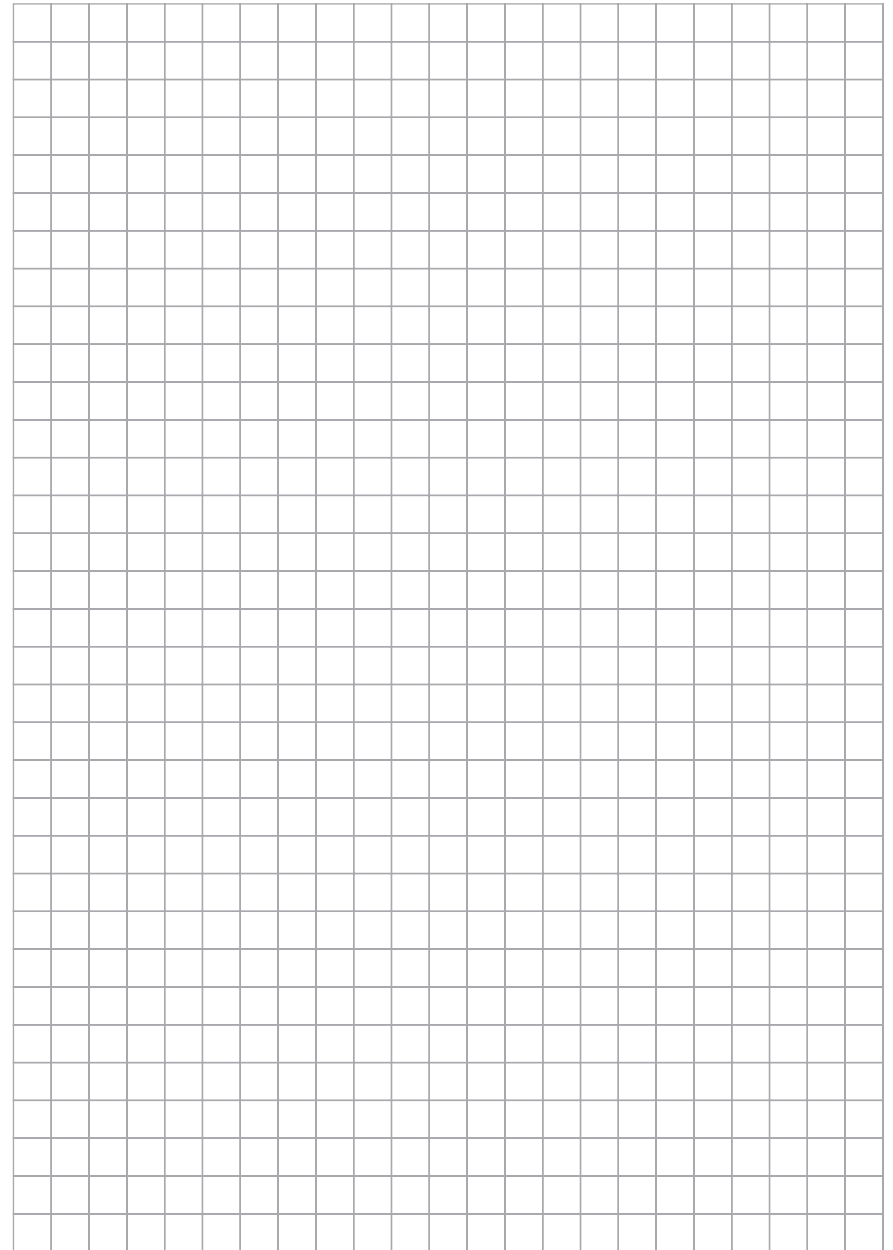
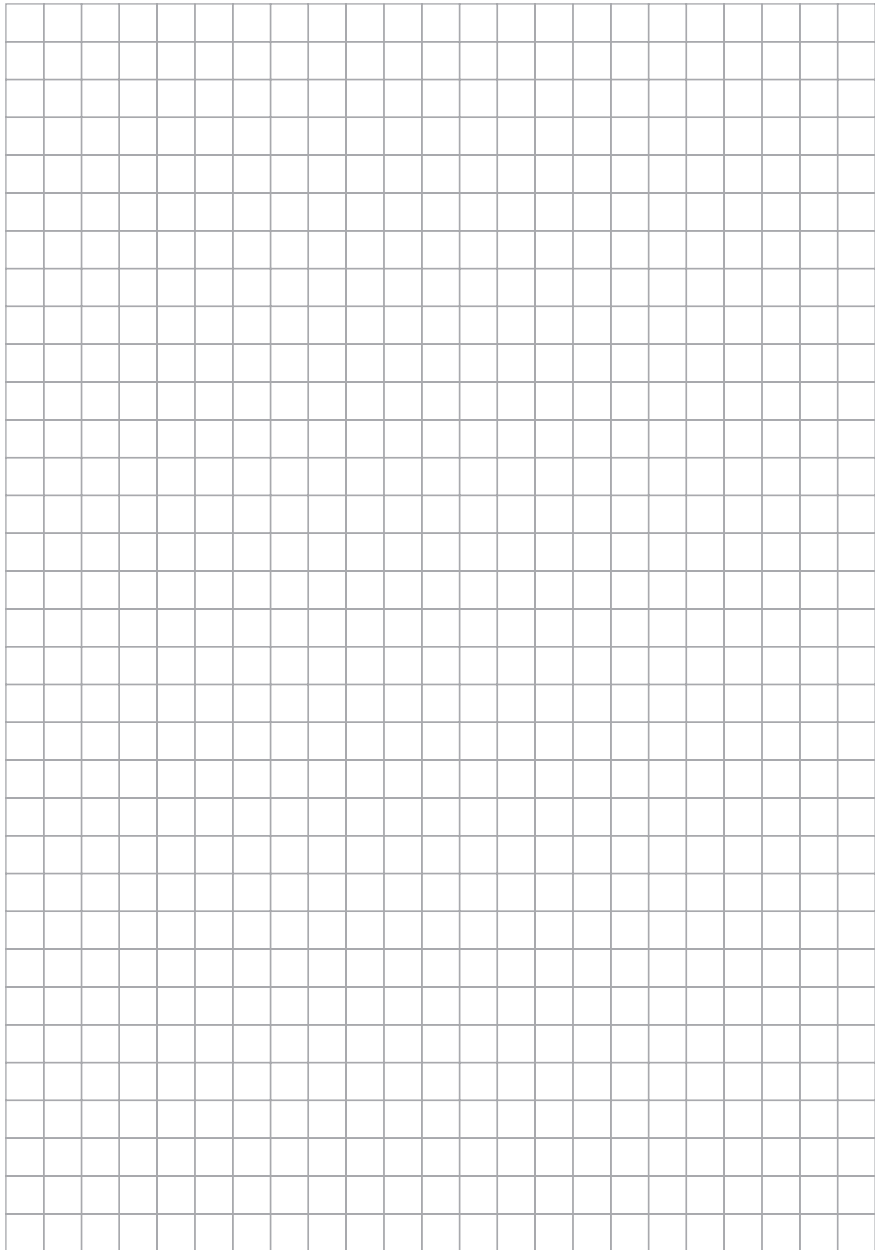
Передмова..... 3

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

СР-1.	Числові функції та їхні властивості. Арифметичний корінь n -го степеня	6
СР-2.	Властивості арифметичного кореня n -го степеня. Степінь з раціональним показником. Степеневі функції....	8
ТКР-1.	Функції, їхні властивості та графіки	10
СР-3.	Тригонометричні функції кута та числового аргументу. Властивості тригонометричних функцій.....	14
СР-4.	Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу. Формули зведення.....	16
ТКР-2.	Тригонометричні функції кута та числового аргументу. Властивості тригонометричних функцій. Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу. Формули зведення	18
СР-5.	Періодичність функцій. Властивості та графіки тригонометричних функцій. Формули додавання.....	22
СР-6.	Наслідки з формул додавання. Найпростіші тригонометричні рівняння.....	24
ТКР-3.	Періодичність функцій. Властивості та графіки тригонометричних функцій. Формули додавання та наслідки з них. Найпростіші тригонометричні рівняння	26
СР-7.	Похідна функції, її геометричний і фізичний зміст. Правила диференціювання	30
СР-8.	Застосування похідної	32
ТКР-4.	Похідна та її застосування	34
ТКР-5.	Підсумкова контрольна робота з алгебри і початків аналізу	38

ГЕОМЕТРІЯ

СР-1.	Основні поняття, аксіоми стереометрії та найпростіші наслідки з них. Взаємне розміщення прямих у просторі. Паралельне проектування і його властивості	42
СР-2.	Паралельність прямої та площини. Паралельність площин	44
ТКР-1.	Паралельність прямих і площин у просторі.....	48
СР-3.	Перпендикулярність прямих. Перпендикулярність прямої і площини. Теорема про три перпендикуляри	56
ТКР-2.	Перпендикулярність прямих. Перпендикулярність прямої і площини. Теорема про три перпендикуляри	60
СР-4.	Перпендикулярність площин. Двогранний кут. Вимірювання відстаней і кутів у просторі	64
ТКР-3.	Перпендикулярність площин. Двогранний кут. Вимірювання відстаней і кутів у просторі	68
СР-5.	Прямокутні координати у просторі. Вектори у просторі. Операції над векторами.....	72
СР-6.	Скалярний добуток векторів. Симетрія відносно початку координат та координатних площин	74
ТКР-4.	Координати і вектори у просторі	76
ТКР-5.	Підсумкова контрольна робота з геометрії	80





Навчальне видання

ІСТЕР Олександр Семенович

**САМОСТІЙНІ
ТА
ТЕМАТИЧНІ КОНТРОЛЬНІ РОБОТИ
З АЛГЕБРИ ТА ГЕОМЕТРІЇ
10 КЛАС
РІВЕНЬ СТАНДАРТУ**

Головний редактор *Богдан Будний*

Редактор *Володимир Дячун*

Художник обкладинки *Володимир Басалига*

Комп'ютерна верстка *Андрія Кравчука*

Підписано до друку 22.06.2018. Формат J 60x84/16. Папір офсетний.
Гарнітура Century Schoolbook. Друк офсетний.
Умовн. друк. арк. 6,05. Умовн. фарбо-відб. 6,05.

Видавництво «Навчальна книга – Богдан»
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру видавців,
виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції
ДК № 4221 від 07.12.2011 р.

Навчальна книга – Богдан, просп. С.Бандери, 34а, м. Тернопіль, 46002
Навчальна книга – Богдан, а/с 529, м. Тернопіль, 46008
тел./факс (0352) 52-06-07; 43-42-62
office@bohdan-books.com
www.bohdan-books.com