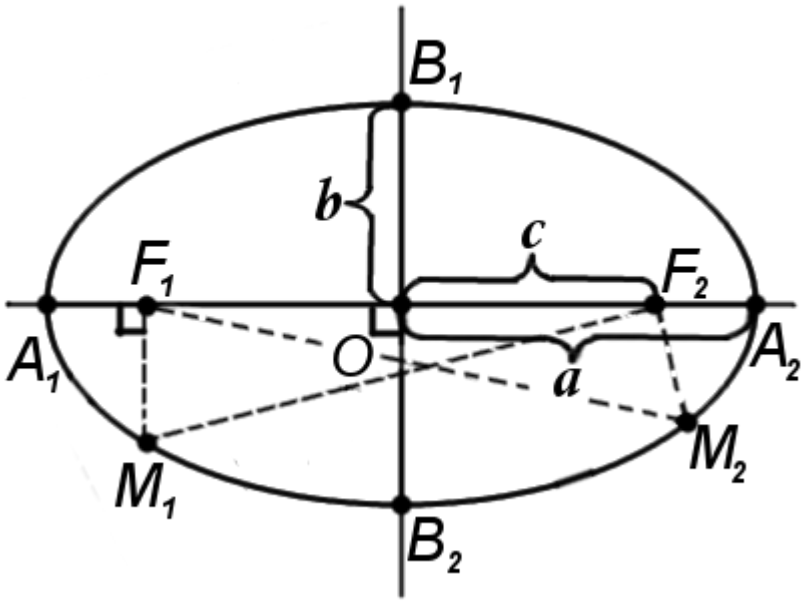
III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії
Київ, 25.01.2019
10 клас

№ 1



А) Знайдемо відстані до небесного тіла від Сонця (F_1) в перигелії (A_1F_1) та афелії (F_1A_2):

$$e = \frac{c}{a} \rightarrow c = e * a$$

$$A_1F_1 = a - c = a * (1 - e) = 23\ a.o.$$

$$F_1A_2 = 2 * a - A_1F_1 = 177\ a.o.$$

Б) Згідно із Третім законом Кеплера період обертання тіла навколо Сонця пов'язаний із його великою піввіссю.

$$\frac{T_\oplus^2}{T_{TNB}^2} = \frac{a_\oplus^3}{a_{TNB}^3}$$

$$T_{TNB} = 1\text{рік} \cdot \sqrt{\frac{a_{TNB}^3}{(1\ \text{a.o.})^3}} = \ 1000\ \textit{років}$$

Час, за який тіло переміститься з перигелію у афелій буде дорівнювати половині періоду обертання тіла навколо Сонця, тобто 500 років.

В) Кутовий розмір об'єкта α, за умови що він менший за 1°, можна записати у вигляді $\alpha = d/r$, де d – лінійний розмір об'єкта, а r – відстань до нього. Отже, кутові розміри обернено пропорційні відстані до тіла.

Для оцінки діапазону зміни зоряної величини Сонця з поверхні транснептунового тіла скористаємося формулою:

$$m_a = m_\odot - 5lg\frac{1\text{a. o.}}{r_a} = -15{,}5^m$$

$$m_\text{п} = m_\odot - 5lg\frac{1\text{a. o.}}{r_\text{п}} = -20^m$$

Так як зоряна величина Місяця складає - $12{,}7^m$, а в найбільш віддаленій точці зоряна величина Сонця менша за зоряну величину Місяця, отже в усіх точках орбіти освітленість від Сонця буде більша за освітленість від Повного Місяця на Землі.

№ 2

На екваторі Сонце сходить і заходить перпендикулярно до горизонту, а отже, логічно припустити, що в усі дні року день має бути рівним ночі, а точніше, проміжки часу між сходом

і заходом Сонця та його заходом і сходом повинні бути рівними. Проте існує два фактори, які призводять до нерівності цих проміжків часу. А саме: Сонце не точкове джерело і відповідно, відлік починається на сході коли верхній край диску Сонця тільки торкається горизонту і закінчується, коли верхній край Сонця ховається під горизонт. В ці моменти центр Сонця знаходиться на 15-16 кутових мінут нижче горизонту. Отже, світловий день буде довшим на час, що потрібен на подолання 30-32 кутових мінут на небесній сфері.
Другий чинник – рефракція. На горизонті вона складає від 30 до 35 кутових мінут і грає роль як під час сходу Сонця так і під час його заходу. Отже, до тривалості світлового дня додасться ще 60-70 кутових мінут.
Таким чином, над горизонтом Сонце буде довше на 90-102 кутових мінути, що, в свою чергу, призведе до збільшення його тривалості на 6-6,8 хвилин.

№ 3

Формула що пов'язує фокусну відстань телескопа, розмір зображення на приймачі, розташованому у фокусі телескопа, та кутовий розмір об'єкта, зображення якого отримується виглядає наступним чином:

$$l = F \cdot tg\alpha$$

У випадку коли кут дуже малий, формула перетворюється на

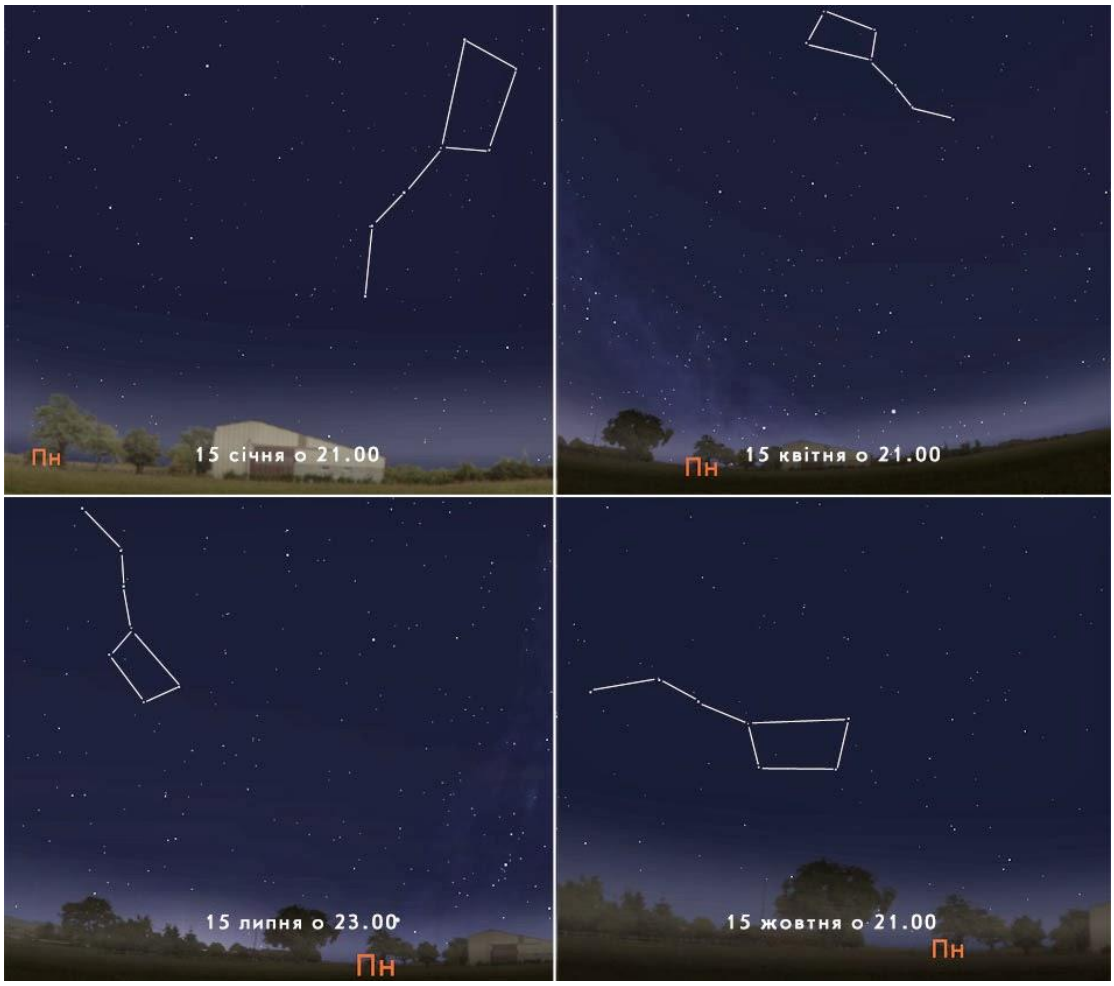
$$l = F \cdot \alpha$$, де α в радіанах

Таким чином ми можемо оцінити кутові розміри ПЗЗ приймача, а отже поле зору телескопа.
α=a/F=15мм/1500мм=1/100 радіана≈ 2000" або 34'
Для іншої сторони камери отримаємо таким самим чином 1650" або 27'. Отже, поле зору телескопа складає a x b = 27' x 34'
Для того, аби отримати кутовий розмір одного пікселя необхідно кутовий розмір однієї із сторін ПЗЗ приймача поділити на кількість пікселів у ній. В результаті отримаємо кутовий розмір одного пікселя 2" x 2".
Кутовий розмір Місяця 30'=1800". Отже, по довгій стороні Місяць поміститься повністю, а по короткій ні. Навіть не зважаючи на те, що площа приймача (див. розрахунки нижче) більша за площу Місяця, в даний приймач він повністю не поміститься.
Порахуємо площу Місяця, яку він займає на небесній сфері, у квадратних кутових секундах
$S_M = \pi R^2 = 3{,}14 * (15')^2 = 706'^2$
Відповідна площа ПЗЗ приймача $S = 27' * 34' = 918'^2$
Дифракційна роздільна здатність телескопа визначається співвідношенням θ=1.22λ/D. Для розрахунків візьмемо середину оптичного діапазону із λ=500 нм і отримаємо: θ=1.22*500*10^{-9}/0.15=0.4*10^{-5} радіан, або 0.8 кутової секунди.

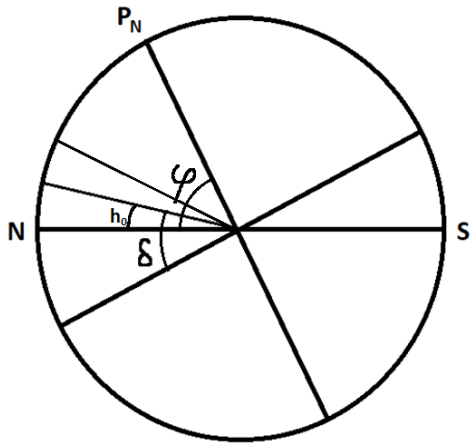
№ 4

Як відомо, Полярна зоря, α Малої Ведмедиці, знаходиться поблизу Північного полюсу світу і майже не зміщується під час добового обертання небесної сфери. Знаючи її положення можна точно визначити напрям на північ і далі відповідно напрям на південь, захід та схід. Тому є загально відомим використання Полярної зорі для орієнтування в просторі на територіях північної півкулі Землі. Знайти Полярну зорю можна наступним чином: треба провести уявну лінію через зорі α і β сузір'я Великої Ведмедиці (дві крайні зорі ковша) і відкласти 5 відрізків рівних відстані між цими зорями. Зоря 2^m, що буде знаходитися на цьому місці і є Полярною зорею.
В результаті добового обертання світил та обертання Землі навколо Сонця сузір'я Великої Ведмедиці найбільш відоме та помітне на зоряному небі, відносно горизонту та Полярної зорі буде знаходитись в різному положенні в залежності від часу доби та положення Землі на орбіті. Якщо через зорі α і β Великої Ведмедиці провести стрілку уявного годинника з центром циферблату у Полярній зорі тоді опівночі дана стрілка буде:
Взимку орієнтована на схід
Весною – у зеніт;
Влітку – на захід;
Восени – на точку півночі (N).

Подібні положення схематично зображені на відповідних рисунках.
Час доби можна орієнтовно оцінити, знаючи положення сузір'я Велика Ведмедиця опівночі та враховуючи напрямок добового обертання небесної сфери.
Додаткові відомості:
Використання такого годинника не є зручним оскільки:
1. Стрілка даного годинника рухається в протилежному до звичного напрямку руху годинникової стрілки;
2. Циферблат такого годинника має не 12, а 24 години.
Даний годинник зручно використовувати для визначення зоряного часу. Оскільки точка осіннього рівнодення розташована в напрямку від Полярної зорі до зір Великої Ведмедиці δ (Мегрец) та γ (Фекда), то точка весняного рівнодення, яка визначає зоряний час , знаходиться в протилежному напрямку. Зоряний час знаходиться за даним циферблатом цього зоряного годинника.

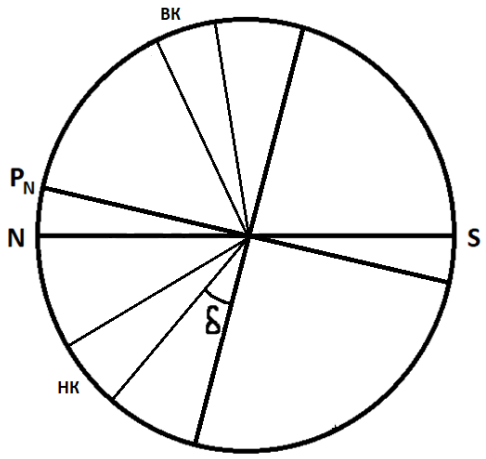


№5



Зорю можна буде бачити кожну ясну ніч якщо вона не буде опускатися нижче горизонту, тобто висота нижньої кульмінації для такої зорі має бути більше нуля $h_0 \geq 0$. Це відповідає широтам від північного полюсу до φ=90°-34°12’53”=55°47’07” півн.ш. не залежно від довготи.

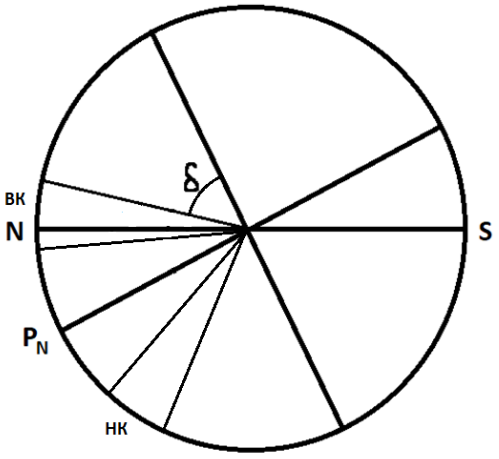
Якщо врахувати рефракцію (типове значення поблизу горизонту ~0.5°) то можливо на широтах від північного полюсу (φ=90° півн.ш.) до φ=55°15’ півн.ш. Надалі проаналізуємо умови спостережень без врахування рефракції.



На широтах від φ=55°47’ півн.ш. до φ=55°47’ півд.ш. зоря буде такою, що сходить та заходить, у нижні кульмінації (НК) буде під горизонтом, а у верхній кульмінації (ВК) над горизонтом.

На широті Києва φ=50° зоря буде і сходити і заходити. Але, оскільки значення широти Києва близьке до значення широти, починаючи з якої зоря стає такою, що не заходить, то більшу частину доби зоря буде над горизонтом.

Зоря не буде сходити над горизонтом, коли висота її верхньої кульмінації буде менша за нуль, а отже на широтах від φ=55°47’ півд.ш. і до південного полюсу зоря не буде сходити. Як ми у Києві не бачимо південних сузір’їв, що розташовані поблизу південного полюса.



З прямого піднесення можна оцінити дату, коли найяскравіша зоря Малого Лева буде у кульмінації опівночі (розрахуємо для верхньої кульмінації). В цей момент Сонце буде знаходитися у діаметрально протилежній точці, тобто у своїй нижній кульмінації, а тому пряме піднесення зорі буде відрізнятися від прямого піднесення Сонця на 12^h. Отже, в цей день пряме піднесення Сонця буде дорівнювати 22h 53m 18s. Оскільки Сонце має пряме піднесення рівне нулю у момент весняного рівнодення, то ми можемо оцінити в які дати воно буде приймати значення 22h 53m 18s. Швидкість руху Сонця по небу можна прийняти рівною 4’ за добу, а отже згаданий момент трапився приблизно за 17 діб до весняного рівнодення, тобто 3-4 березня.

11 клас

№ 1

А) Отримаємо формулу, що пов`язує зоряну величину об`єкта та його розміри. Відстань від астероїда до Сонця може бути від 124 до 126 а.о.. Для оцінки візьмемо відстань, як і до Землі, 125 а.о. Освітленість, що створює Сонце на відстані r від Сонця $E = \frac{L_\odot}{4\pi r^2}$. Транснептуновий об'єкт відіб'є світла $\frac{L_\odot}{4\pi r^2} * \pi R^2 A$ і для спостерігача на Землі це тіло буде створювати освітленість $E = \frac{L_\odot}{4\pi r^2}\pi R^2 A \frac{1}{2\pi r^2} = \frac{L_\odot R^2 A}{8\pi r^4}$

Порівняємо цю освітленість із освітленістю від Сонця записавши формулу Погсона:

$$m - m_\odot = -2{,}5lg\left(\frac{L_\odot R^2 A}{8\pi r^4}\cdot\frac{4\pi {a_\oplus}^2}{L_\odot}\right) = -2{,}5lg\left(\frac{AR^2{a_\oplus}^2}{2r^4}\right)$$

$$R = \frac{r^2}{a_\oplus}\sqrt{\frac{2}{A}(10^{-0{,}4(m-m_\odot)})} = 2{,}34 * 10^{12} * 3{,}16 * 0{,}55 * 10^{-10}\text{км} \approx 406\text{ км}$$

Виразимо звідси радіус тіла і отримаємо R=406 км. Відповідно, діаметр тіла буде рівним 816 км.

Б) Визначимо відстані в афелії та перигелії

$$r_a = a(1+e) = 168{,}57\text{а. о.},\quad r_\text{п} = a(1-e) = 21{,}95\text{ а. о.}$$

Зоряні величини 2018 VG18 можна оцінити двома шляхами: порівнюючи його зоряну величину із Сонцем або порівнюючи його зоряну величину із значенням його же зоряної величини на відстані 95,24 а.о. з умови задачі. Ми скористаємося другим варіантом:

$$m_a = m - 2{,}5\lg\left(\frac{AR^2{a_\oplus}^2}{2r_a^4}\cdot\frac{2r^4}{AR^2{a_\oplus}^2}\right) = 24{,}6^m - 10lg\left(\frac{r}{r_a}\right) = 25{,}9^m$$

$$m_\text{п} = m - 10lg\left(\frac{r}{r_\text{п}}\right) = 17{,}0^m$$

Г) згідно із Третім законом Кеплера період обертання тіла навколо Сонця пов'язаний із його великою піввіссю.

$$\frac{T_\oplus^2}{T_{TNB}^2} = \frac{a_\oplus^3}{a_{TNB}^3}$$

$$T_{TNB} = 1\text{рік}\cdot\sqrt{\frac{a_{TNB}^3}{(1\text{ а.о.})^3}} = \textit{929,46 років}$$

Час, за який тіло переміститься з перигелію у афелій буде дорівнювати половині періоду обертання тіла навколо Сонця, тобто 464,73 роки.

Д) Кутовий розмір об'єкта α, за умови що він менший за 1°, можна записати у вигляді $\alpha = d/r$, де d – лінійний розмір об'єкта, а r – відстань до нього. Отже, кутові розміри обернено пропорційні відстані до тіла і змінюються від 1,3' до 0,18'.

Для оцінки діапазону зміни зоряної величини Сонця з поверхні транснептунового тіла скористаємося формулою:

$$m_a = m_\odot - 5lg\frac{1\text{а. о.}}{r_a} = -15{,}5^m$$

$$m_\text{п} = m_\odot - 5lg\frac{1\text{а. о.}}{r_\text{п}} = -20^m$$

Так як зоряна величина Місяця складає - $12{,}7^\text{m}$, а в найбільш віддаленій точці зоряна величина Сонця менша за зоряну величину Місяця, отже в усіх точках орбіти освітленість від Сонця буде більша за освітленість від Повного Місяця на Землі.

№ 2

Світність Сонця рівна $L_\odot = 4\pi R_\odot^2 \sigma T_\odot^4$. Потужність, яку отримує тіло, на один метр квадратний, що знаходиться на відстані r від Сонця: $\frac{4\pi R^2 \sigma T^4}{4\pi r^2} = \frac{R_\odot^2 \sigma T^4}{r^2}$. З умови теплового балансу, отримана енергія має далі випроменитись у вигляді теплового випромінювання. Уся планета отримує потужність $\pi R^2 \left(\frac{R_\odot}{r}\right)^2 \sigma T_\odot^4$, а випромінює з потужністю $4\pi R^2 \sigma T^4$. Отже:

$$\pi R^2 \left(\frac{R_\odot}{r}\right)^2 \sigma T_\odot^4 = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

$$r = \left(\frac{R_\odot}{2}\right)\left(\frac{T_\odot}{T}\right)^2$$

Виведемо тепер формулу для відносної ширини. Позначимо $\alpha = \frac{R_\odot}{2} T_\odot^2$, тоді $r = \alpha T^{-2}$.

$$r + \Delta r = \alpha (T + \Delta T)^{-2}$$

$$r + \Delta r = \alpha T^{-2} (1 + \Delta T/T)^{-2} = r(1 + \Delta T/T)^{-2}$$

$$r = \alpha T^{-2}$$

Підставляємо числові значення для радіусу Сонця $R_\odot = 695500$ км, температури Сонця $T_\odot = 5780$ К, температури плавлення льоду $T_{пл} = 273$ К та кипіння води $T_{кип} = 373$ К і отримаємо значення 1,04 а.о. для зовнішнього радіусу та 0,56 а.о. для внутрішнього. Ширина складає Δr =0,48 а.о. В ці межі потрапляють Венера (0,72 а.о.) та, очевидно, Земля (1 а.о.).

№ 3

Згідно із законом Габбла швидкість віддалення далеких галактик $V_{гал}$ пропорційна до відстані до них $R_{гал}$:

$V_{гал} = H \cdot R_{гал}$,

де H – постійна Габбла, для розрахунків приймемо H= 72.0 км/(с Мпк).

Так як світло йшло до нас T = 700 мільйонів років, то відстань до цієї галактики складає

$R_{гал} = c \cdot T = 7.00 \cdot 10^8$ світлових років = $7.00 \cdot 10^8$ св.р.·(1пк/3.26 св.р.) = $2.15 \cdot 10^8$ пк = 215 Мпк,

де $c = 3.00 \cdot 10^8$ м/с – швидкість світла.

З іншого боку, швидкість віддалення галактики пов'язана із червоним зміщенням z спектральних ліній із лабораторною довжиною хвилі λ_0:

$z = (\lambda_{спост} - \lambda_0)/\lambda_0 = V_{гал}/c = H \cdot R_{гал}/c = 0.0516$,

звідки для спостережуваної довжини хвилі отримуємо:

$\lambda_{спост} = \lambda_0(1+z) = 690{,}2$ нм

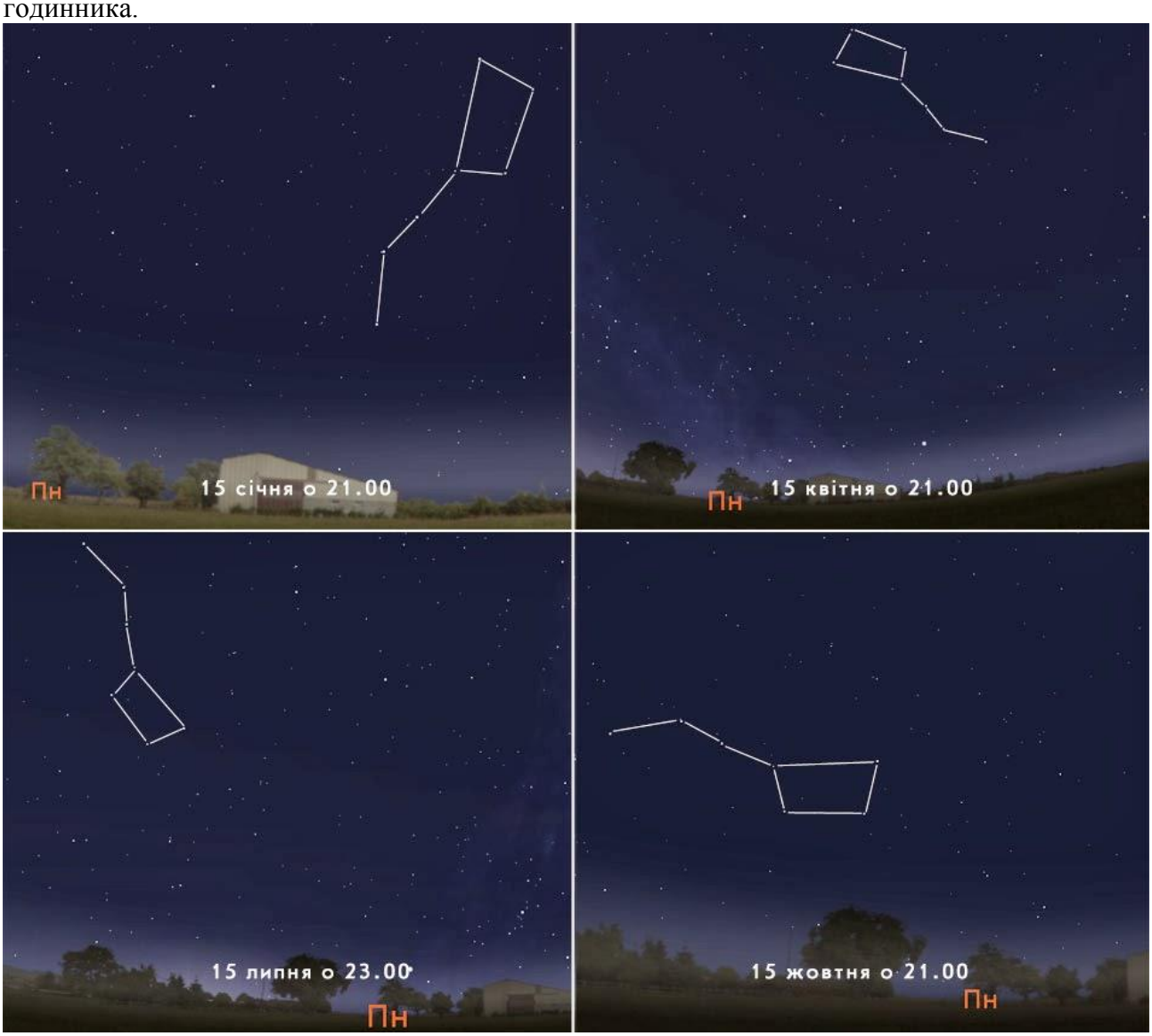
Однак, внесок у зміщення спектральних ліній вносить також висока швидкість розльоту оболонки наднової $V_{об}$ (швидке зростання світності наднової зумовлене, головно, збільшенням розмірів оболонки $R_{об} = V_{об} t$ так що $L_{об} = 4 \pi R_{об}^2 \sigma T^4$ при приблизно постійній температурі оболонки T). Типові швидкості розльоту $V_{об}$ біля 10^3-10^4 км/с викличуть ***синє*** зміщення спектральних ліній $z_{об} = - V_{об}/c = 0.0100$ для типового значення $V_{об} = 3.00 \cdot 10^3$ км/с, так що сумарна дія космологічного червоного зміщення та ефекту Доплера внаслідок розльоту оболонки приведе до спостережуваної довжини хвилі

$\lambda_{спост} = \lambda_0(1+z-z_{об})$ = 656.3 нм (1+0.0516 – 0.0100) =656.3 нм+33.9 нм - 6.56 нм =683.6 нм

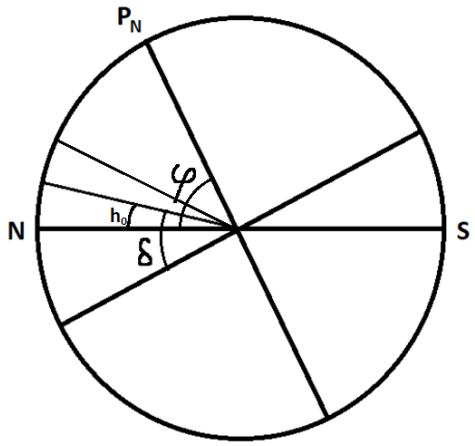
№ 4

Як відомо, Полярна зоря, α Малої Ведмедиці, знаходиться поблизу Північного полюсу світу і майже не зміщується під час добового обертання небесної сфери. Знаючи її положення можна точно визначити напрям на північ і далі відповідно напрям на південь, захід та схід. Тому є загально відомим використання Полярної зорі для орієнтування в просторі на територіях північної півкулі Землі. Знайти Полярну зорю можна наступним чином: треба провести уявну лінію через зорі α і β сузір'я Великої Ведмедиці (дві крайні зорі ковша) і відкласти 5 відрізків рівних відстані між цими зорями. Зоря 2^m, що буде знаходитися на цьому місці і є Полярною зорею.

В результаті добового обертання світил та обертання Землі навколо Сонця сузір’я Великої Ведмедиці найбільш відоме та помітне на зоряному небі, відносно горизонту та Полярної зорі буде знаходитись в різному положенні в залежності від часу доби та положення Землі на орбіті. Якщо через зорі α і β Великої Ведмедиці провести стрілку уявного годинника з центром циферблату у Полярній зорі тоді опівночі дана стрілка буде:
Взимку орієнтована на схід
Весною – у зеніт;
Влітку – на захід;
Восени – на точку півночі (N).
Подібні положення схематично зображені на відповідних рисунках.
Час доби можна орієнтовно оцінити, знаючи положення сузір'я Велика Ведмедиця опівночі та враховуючи напрямок добового обертання небесної сфери.
Додаткові відомості:
Використання такого годинника не є зручним оскільки:
1. Стрілка даного годинника рухається в протилежному до звичного напрямку руху годинникової стрілки;
2. Циферблат такого годинника має не 12, а 24 години.
Даний годинник зручно використовувати для визначення зоряного часу. Оскільки точка осіннього рівнодення розташована в напрямку від Полярної зорі до зір Великої Ведмедиці δ (Мегрец) та γ (Фекда), то точка весняного рівнодення, яка визначає зоряний час , знаходиться в протилежному напрямку. Зоряний час знаходиться за даним циферблатом цього зоряного годинника.

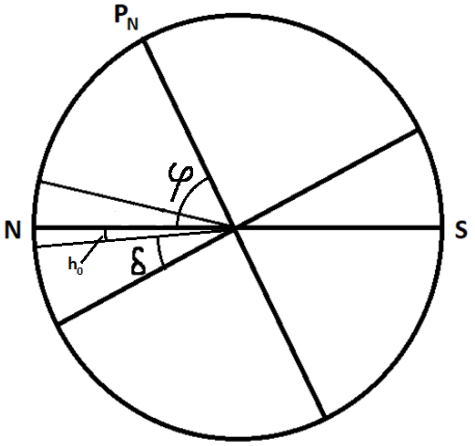


№ 5



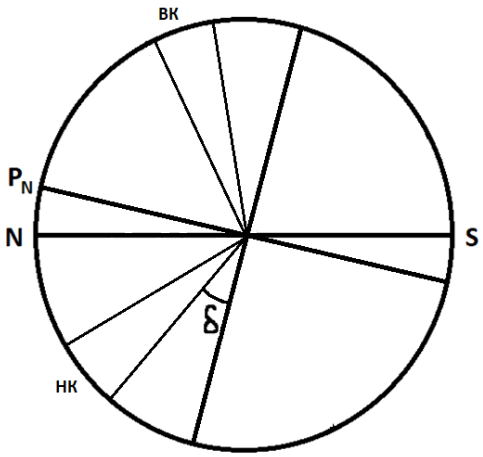
Сузір'я видно таким, що не заходить за горизонт, коли висота найнижчої точки у момент нижньої кульмінації $h_0 \geq 0$, що відповідає широтам від північного полюсу до $\varphi = 90° - 23.5° = 66.5°$ півн.ш. (що є близько до північного полярного кола) не залежно від довготи.

Якщо врахувати рефракцію (типове значення поблизу горизонту ~0.5°) то можливо на широтах від північного полюсу ($\varphi = 90°$ півн.ш.) до $\varphi = 66°$ півн.ш. Надалі проаналізуємо умови спостережень без врахування рефракції.



На широтах дещо менших за $\varphi = 66.5°$ півн.ш. сузір'я вже буде частково заходити за горизонт. На північних широтах від $\varphi = 66.5°$ до $\varphi = 48°$ у момент нижньої кульмінації сузір'я буде частково під горизонтом. Тобто у час, коли воно буде знаходитись поблизу нижньої кульмінації його можна буде спостерігати лише частково поблизу горизонту. Тоді як поблизу верхньої кульмінації сузір'я буде повністю над горизонтом.

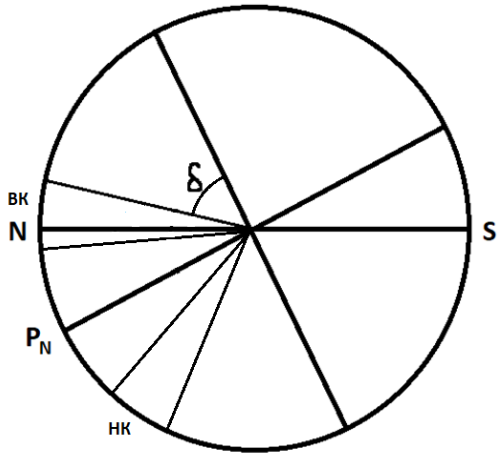
При чому, сузір'я хоча б частково буде спостерігатись на південь від зеніту у північній півкулі північніше від північного тропіка.



На широтах від $\varphi = 48°$ півн.ш. до $\varphi = 48°$ півд.ш. сузір'я буде таким, що буде повністю сходити та заходити, у нижні кульмінації (НК) буде під горизонтом, а у верхній кульмінації (ВК) над горизонтом.

На широтах від $\varphi = 48°$ півд.ш. до $\varphi = 66.5°$ півд.ш. сузір'я буде лише частково сходити поблизу моменту верхньої кульмінації. Його можна буде помітити на небі лише поблизу точки півночі.

Очевидно на широтах від $\varphi = 66.5°$ півд.ш. до південного полюсу сузір'я не буде сходити. Як ми у Києві не бачимо південних сузір'їв, що розташовані поблизу південного полюса.



З прямого піднесення можна оцінити сезон, коли найкраще буде спостерігати сузір'я Малого Лева. Очевидно, що найкращі умови спостереження небесного об'єкта, коли його пряме піднесення відрізняється від прямого піднесення Сонця на 12^h. За таких умов сузір'я спостерігається практично всю ніч над горизонтом, а верхня кульмінація опівночі. Отже найкраще спостерігати сузір'я, коли пряме піднесення Сонця складає $\sim 22^h$. Сонце має таке значення в лютому місяці. Таким чином вночі високо над горизонтом Малого Лева видно взимку та на початку весни.

Відповідь:

Малий Лев не буде заходити на широтах від північного полюса до північного полярного кола.

Буде таким що буде сходити та заходити на широтах між полярними колами.

Ніколи не буде сходити від південного полярного кола до південного полюса.

Найкращий сезон для спостережень – зима, початок весни.